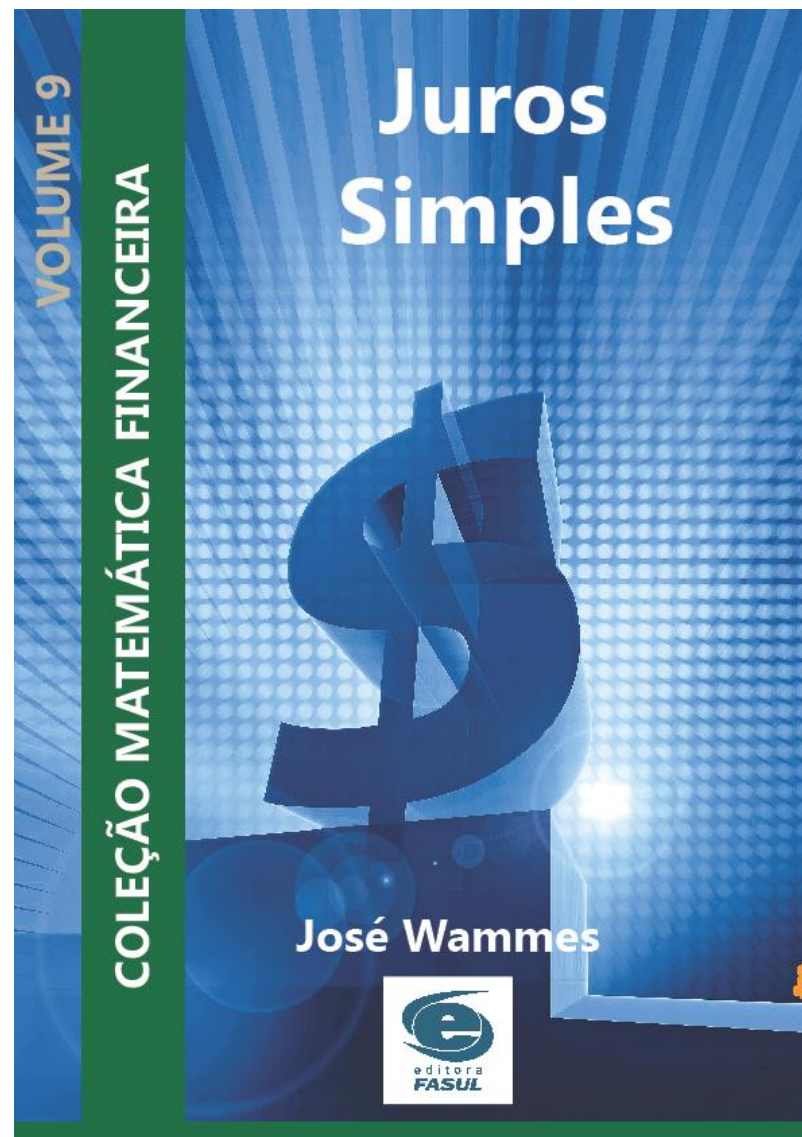




© **José Wammes**

Coordenação Editorial: Osmar Antonio Conte

Editoração: José Wammes

Ficha Catalográfica: Rute Teresinha Schio - CRB 1095

W243	Wammes, José
	Juros simples e montante em regime simples / José Wammes. – Toledo: Fasul, 2013. 12 p.
	1. Juros. 2. Matemática financeira. I. José Wammes.
	CDD 658.15

Direitos desta edição reservados à: José Wammes

Av. Ministro Cirne Lima, 2565
CEP 85903-590 – Toledo – Paraná
Tel. (45) 3277-4000 - e-mail: josewammes@ig.com.br

É proibida a reprodução parcial ou total desta obra, sem autorização prévia do autor.

Impresso no Brasil – 2013

JUROS SIMPLES OU LINEARES

Os conceitos que veremos adiante são de relativa facilidade, porém essenciais para o entendimento e compreensão à medida que formos evoluindo em conceitos e práticas de juros simples, compostos, taxas de juros nominais e efetivas, taxas de juros equivalentes, valor do dinheiro no tempo (fatores), anuidades, amortização de capital e análise de retorno de investimento. Assim, alocue diariamente, parte de seu tempo ao estudo desses conceitos. Além de lhe auxiliarem na vida acadêmica, poderão lhe proporcionar ótimos rendimentos na sua vida pessoal e dividendos na sua atividade profissional.

Matemática Financeira: Ciência que procura aliar métodos matemáticos aos fenômenos econômico-financeiros na construção de todo um instrumental de modelos e processos, objetivando fornecer repostas compatíveis a uma eficiente alocação de recursos escassos entre atividades competitivas.

A Matemática Financeira é uma ferramenta útil na análise de algumas alternativas de investimentos ou financiamentos de bens de consumo. A idéia básica é simplificar a operação financeira a um *fluxo de caixa* e empregar alguns procedimentos matemáticos.

DEFINIÇÕES - JUROS, CAPITAL, TAXA DE JUROS E PRAZO

JUROS

- Remuneração do capital emprestado ou, ainda, “aluguel” recebido ou pago pelo uso de capital financeiro;
- Representam a remuneração do capital empregado em alguma atividade produtiva;
- Quantia, em dinheiro, que se recebe como compensação, quando emprestamos ou cedemos certo capital, por determinado período de tempo.

Juro é igual ao produto do capital pela taxa e pelo tempo dividido por 100.

O juro é chamado simples quando é produzido unicamente pelo capital inicial. Somente o principal rende juros ao longo do tempo.

A sua representação algébrica é dada por:

$$J = Cin$$

Onde:

J = Juros (quantia em dinheiro);
C = Capital, valor investido ou emprestado;
i = Taxa de juros, unitária ($i\% \div 100$);
n = tempo, prazo.

CAPITAL

- Para a matemática financeira, refere-se a qualquer valor expresso em moeda e disponível em determinada época;
- É o valor aplicado em alguma operação financeira. Denominado também como: Principal, valor atual, valor presente ou valor aplicado. Na língua inglesa, usa-se Present Value, indicado nas calculadoras financeiras pela tecla PV;
- Principal, valor inicial, valor presente ou PV. Valor sobre o qual, em juros simples, incide a taxa de juros, gerando os juros, a remuneração.

TAXA DE JUROS

- Taxa percentual que incide sobre um determinado capital gerando, no prazo, um rendimento, juros;

- Razão entre os juros (J) recebidos ou pagos no final de certo período de tempo e o capital (PV) inicialmente aplicado ou tomado, representado por:

$$i = j \div PV$$

A taxa de juros incide *apenas* sobre o capital inicial (não há “juros sobre juros”) por todo o período da aplicação.

No regime de capitalização simples a taxa varia linearmente em função do tempo.

PRAZO

- Período de tempo em que o capital fica indisponível ao seu proprietário auferindo, assim, juros.

DA EQUALIZAÇÃO DA TAXA DE JUROS E DO PRAZO (UNIFORMIZAÇÃO)

A taxa de juros e o prazo deverão estar, sempre, na mesma unidade de tempo. Se a taxa de juros for mensal, trimestral ou anual, os períodos deverão ser respectivamente, mensais, trimestrais ou anuais, de modo que os conceitos de taxas de juros e períodos sejam compatíveis, coerentes ou homogêneos. O não atendimento a essa regra, gera

distorções em todo o processo de cálculo, gerando análise e resultados errôneos.

TAXA PERCENTUAL DE JUROS E TAXA UNITÁRIA DE JUROS

Em todo e qualquer cálculo em matemática financeira, a taxa de juros deverá ser indicada, *nos formulários*, de forma unitária. A taxa unitária de juros é obtida pela divisão, por cem (100) da taxa percentual de juros. A *taxa percentual de juros é indicada por $i\%$ e a taxa unitária de juros por i' (i linha).*

$$i' = i\% \div 100$$

A taxa unitária de juros “ i' ” deverá estar indicada na mesma unidade de tempo que o número de períodos “ n ”, ou seja, se a taxa $i' = 0,05$ ao mês então, “ n ”, deverá ser um número indicado em meses.

NOTAÇÕES ALGÉBRICAS

As notações mais comuns que serão utilizadas neste material são:

C	Capital
n	Número de períodos
j	Juros simples decorridos em “n” períodos
i%	taxa percentual de juros
i'	taxa unitária de juros
P	Principal ou valor atual
M	Montante de capitalização simples

DESENVOLVIMENTO DE JUROS SIMPLES

Se n é o número de períodos, i' é a taxa unitária ao período e C é o valor do principal então, os juros simples j , são calculados por:

$$j = C i n$$

Alguns modelos, abaixo, nos darão condições para o entendimento do assunto. Vejamos.

a) De quanto serão os juros simples obtidos de um capital C de 1.250,00 u.m. durante quatro anos à taxa de 14% ao ano?

Resolução:

J = Cin		$J = 1.250,00(0,56)$	
$J = 1.250,00(0,14 \cdot 4)$	↓	J = 700,00 u.m.	↓

b) Um capital de 100,00 u.m. foi aplicado por 12 meses, à taxa de juros simples de 10% a.m. De quanto foram os rendimentos (juros)?

Resolução:

J = Cin		$J = 100,00(1,12)$	
$J = 100,00(0,10 \cdot 12)$	↓	J = 120,00 u.m.	↓

c) Um capital de 100,00 u.m. foi aplicado por 360 dias, à taxa de juros simples de 10% a.m. De quanto foram os rendimentos?

Resolução:

J = Cin		$J = 100,00(1,20)$	
$J = 100,00[(0,10 \div 30)360]$			
$J = 100,00[(0,00333...)360]$	↓	J = 120,00 u.m.	↓

d) Um capital de 100,00 u.m. foi aplicado por um ano (360 dias), à taxa de juros simples de 60% a.s. (ao semestre). De quanto foram os rendimentos?

Resolução:

J = Cin		$J = 100,00(1,20)$	
$J = 100,00[(0,60 \cdot 2)1]$			
$J = 100,00[(1,20)1]$	↓	J = 120,00 u.m.	↓

e) Um capital de 10.000,00 u.m. foi aplicado por 12 meses, à taxa de juros simples de 3% a.m. Calcule os juros, preenchendo a tabela abaixo.

Resolução:

j = Cin

Prazo (meses)	Taxa de juros 3% a.m.	Capital inicial (u.m.)	Juros (u.m.)
1	0,03	10.000,00	300,00
2	0,03	10.000,00	300,00
3	0,03	10.000,00	300,00
4	0,03	10.000,00	300,00
5	0,03	10.000,00	300,00
6	0,03	10.000,00	300,00
7	0,03	10.000,00	300,00
8	0,03	10.000,00	300,00
9	0,03	10.000,00	300,00
10	0,03	10.000,00	300,00
11	0,03	10.000,00	300,00
12	0,03	10.000,00	300,00

f) Um capital de 555,00 u.m. foi aplicado por 27 dias, à taxa de juros simples de 4,444444...% ao quadrimestre. De quanto foram os rendimentos?

Resolução:

J = Cin		$J = 555,00(0,01)$	
$J = 555,00[(0,044444... \div 120)27]$			
$J = 555,00[(0,000370370)27]$	↓	J = 5,55 u.m.	↓

g) Qual o juro de um capital de 50.000,00 u.m. aplicado à taxa de juros simples de 80% a.a., durante dois anos?

Resolução:

J = Cin		J = 50.000,00(1,60)	
J = 50.000,00(0,80 . 2)	↓	J = 80.000,00 u.m.	↓

h) Determinar os juros de um capital de 80.000,00 u.m. aplicados a taxa de juros simples de 45% a.a., durante cinco meses.

Resolução:

J = Cin		J = 80.000,00(0,1875)	
J = 80.000,00[(0,45 ÷ 12)5]			
J = 80.000,00[(0,03750)5]	↓	J = 15.000,00 u.m.	↓

i) Fazendo-se uma aplicação de 700.000,00 u.m. num período de seis meses, a juros simples, obtém-se 245.300,00 u.m. de rendimentos. Qual a taxa *anual* de juros?

Resolução:

J = Cin		$0,350429 \div 6 = i'$	
$245.300,00 = 700.000,00(6i)$		$i' = 0,058405(100 . 12)$	
$245.300,00 \div 700.000,00 = 6i$	↓	i = 70,09% a.a.	↓

j) Determine os juros de um capital de 95.000,00 u.m., aplicados a taxa de juros simples de 110% a.a. durante quatro meses e 23 dias.

Resolução:

J = Cin		J = 95.000,00(0,436944)	
J = 95.000,00[(1,10 ÷ 360)143]			
J = 95.000,00[(0,003056)143]	↓	j = 41.509,72 u.m.	↓

k) Um poupador aplicou certa quantia em um banco e recebeu no final de 108 dias, 24.000,00 u.m. referente a juros. Sabendo-se que foi aplicado à taxa de juros simples de 90% a.a., qual foi o capital aplicado?

Resolução:

J = Cin		$24.000,00 = C(0,27)$	
$24.000,00 = C[(0,90 \div 360)108]$		$24.000,00 \div 0,27 = C$	
$24.000,00 = C[(0,0025)108]$	↓	C = 88.888,89 u.m.	↓

MODELOS PROPOSTOS PARA FIXAÇÃO DO CONTEÚDO

a) Calcular o valor dos encargos (juros), a serem pagos por um saldo devedor em conta corrente, no valor de 1.500.000,00 u.m. durante 17 dias, sabendo-se que a taxa de juros, em regime simples, cobrada pela instituição financeira é de 15,90% a.m.

b) Uma letra de câmbio, adquirida por 1.500.000,00 u.m., poderá ser resgatada em 180 dias pelo valor de 2.850.000,00 u.m. Qual é a taxa de juros linear desse investimento?

c) Determinar o valor do capital, que aplicado durante 10 meses, à taxa linear de juros de 15,60% a.m., rendeu 1.644.240,00 u.m. de juros.

- d)** Qual o valor dos juros a serem cobrados por um empréstimo de 300.000,00 u.m., por dois meses e meio, à taxa linear de 17% a.m.?
- e)** Determine o prazo de uma aplicação em que o capital investido foi de 101.200.000,00 u.m., à taxa linear de juros de 93,60% a.a. e gerou rendimentos de 39.468.000,00 u.m.
- f)** O capital de 1.073.000,00 u.m., aplicado durante três meses, gerou juros de 257.520,00 u.m. Qual a taxa linear de juros desse investimento?
- g)** Que capital que rende juros de 25.300,00 u.m., em cinco meses, à taxa de juros lineares de 8% a.m.?
- h)** O capital de 400.000,00 u.m. empregado a 90,00% a.a. rendeu 402.000,00 u.m. de juros. Durante quanto tempo esteve empregado?
- i)** Que capital foi aplicado à taxa linear de juros de 6,5% a.m., que gerou 24.000,00 u.m. de juros, no período compreendido entre 14/05/2010 a 20/11/2010?
- j)** Quanto tempo levará para um capital de 250.000,00 u.m. gerar 75.000,00 u.m. de juros, à taxa de 100% a.a., em regime linear de juros?

Quadro geral de respostas:

Questão	Respostas
a	135.150,00 u.m.

b	15% a.m.
c	1.054.000,00 u.m.
d	127.500,00 u.m.
e	Cinco meses
f	8,00% a.m.
g	63.250,00 u.m.
h	1ano, um mês e 12 dias
i	58.299,60 u.m.
j	Três meses e 18 dias

DESAFIO:

Qual o capital que foi aplicado inicialmente por dez meses, a taxa de juro de 24% a.a. e reaplicado, ao término desse prazo, por mais cinco meses a taxa de juro de 30% a.a. e rendeu de juros 3.710,00 u.m. no período todo da aplicação em regime simples de capitalização?

Resolução:

24% a.a.		30% a.a.	
2,00% a.m.	↓	2,50% a.m.	↓

$M_1 = C(1 + in)$		$M_1 = 1(1,20)$	
$M_1 = 1(1 + 0,02 \cdot 10)$			
$M_1 = 1(1 + 0,20)$	↓	$M_1 = 1,20$	↓

$M_2 = C(1 + in)$		$M_2 = 1(1,1250)$	
$M_2 = 1(1 + 0,025 \cdot 5)$			
$M_2 = 1(1 + 0,1250)$	↓	$M_2 = 1,1250$	↓

Como, ao término do prazo da aplicação da operação (a) foi reaplicado (montante) para uma nova aplicação (b), temos que considerar as duas taxas (montantes).

$1,20 \text{ (a)} \times 1,1250 \text{ (b)} = 1,35$	$(0,35)100$
$(1,35 - 1)100$	$\downarrow = 35,00\% \text{ no período de 15 meses.} \downarrow$

O montante no período todo foi de 1,35 para uma aplicação inicial de 1,00 unidades.

$$J = M - C \quad J = 1,35 - 1,00 \quad J = 0,35$$

Como a taxa é de juros é:

$$i = J \div C, \text{ temos:}$$

$$i = 0,35 \div 1 \quad i = 0,35 (100) \quad i = 35\% \text{ no período.}$$

Como se quer saber o capital que rendeu juros de 3.710,00 u.m., teremos:

$J = Cin$	$C = 3.710,00 \div 0,35$
$3.710,00 = C(0,35 \cdot 1)$	
$3.710,00 = 0,35C$	$\downarrow C = 10.600,00 \text{ u.m.} \downarrow$

Ou

$i = J \div C$	$C = 3.710,00 \div 0,35$
$0,35 = 3.710,00 \div C$	
$0,35C = 3.710,00$	$\downarrow C = 10.600,00 \text{ u.m.} \downarrow$

TESTANDO:

$$a) J = Cin$$

$3.710,00 = 10.600,00(0,35 \cdot 1)$	$3.710,00 = 3.710,00$
--------------------------------------	-----------------------

$$b) M = C(1 + in)$$

$M = 10.600,00 (1,20) \cdot (1,1250)$	
$M = 10.600,00 (1,35)$	$\downarrow M = 14.310,00 \text{ u.m.} \downarrow$

$$c) M = C + J$$

$M = 10.600,00 + 3.710,00$	$M = 14.310,00 \text{ u.m.}$
----------------------------	------------------------------

MONTANTE EM REGIME SIMPLES - LINEAR

Conceito extremamente simples, de enorme aplicação prática e de fácil assimilação. Quando de uma aplicação financeira ou, de empréstimo para pagamento em parcela única, sempre nos vem à mente o total, o seu montante. Assim, conceituamos que:

Montante é o capital acrescido de seus juros.

O montante também é denominado de valor futuro, valor nominal. Em língua inglesa, usa-se Future Value, indicado nas calculadoras financeiras pela tecla FV.

Todas as considerações feitas até agora se aplicam igualmente para montante. Lembrando que em ambos os conceitos (juros simples e montante) está-se considerando o regime de capitalização em juros simples, lineares.

CÁLCULO DO MONTANTE (VALOR FUTURO)

Como montante nada mais é do que o capital inicial acrescido dos juros, as fórmulas para a sua apuração estão descritas a seguir.

$$M = C + J$$

$$M = C (1 + in)$$

Alguns modelos, abaixo, nos darão condições para o entendimento do assunto. Vejamos.

a) Se a taxa de juros em regime linear, de uma aplicação é de 150% ao ano, quantos meses serão necessários para dobrar um capital aplicado?

Interpretando os dados do problema:

M	i'	n
2C	1,50 (150 ÷ 100)	?

M = C(1+ in)	(2 - 1) ÷ 1,50 = n	
2C = C(1 + 1,50n)	1 ÷ 1,50 = n	
2C ÷ C = 1 + 1,50n	n = 0,66666... (fração de ano; multiplico por 12)	
2C ÷ C = 1 + 1,50n	n = 8 meses	

b) Sabendo-se que certo capital, aplicado durante seis semestres, à taxa de juros lineares de 86% a.a. rende 240.000,00 u.m. de juros, determinar o montante.

Resolução:

J = Cin		$C = 240.000,00 \div [(0,43)6]$	
$240.000,00 = C [(0,86 \div 2) 6]$		$C = 240.000,00 \div 2,58$	
$240.000,00 \div [(0,86 \div 2)6] = C$	↓	C = 93.023,26 u.m.	↓

M = C (1+ in)		$M = 93.023,26 (3,58)$	
$M = 93.023,26 [1 + (0,86 \div 2) 6]$			
$M = 93.023,26 [(1 + (2,58))]$	↓	M = 333.023,26 u.m.	↓

Ou:

M = C + j			
$M = 93.023,26 + 240.000$	↓	M = 333.023,26 u.m.	↓

- c) Um capital de 120.000,00 u.m. foi aplicado por dois anos à taxa de juros lineares de 20% ao trimestre. Qual o montante?

Resolução:

M = C(1+ in)		$M = 120.000[(1 + (1,60))]$	
$M = 120.000 [1 + (0,20 \div 3)24]$		$M = 120.000 (2,60)$	
$M = 120.000 [(1 + (0,06666...))24]$	↓	M = 312.000,00 u.m.	↓

- d) Qual o tempo necessário para que a importância de 150.000,00 u.m., aplicada a taxa linear de juros de 6% a.m. alcance o montante de 184.800,00 u.m.?

Resolução:

M = C (1+ in)	$1,232 - 1 = 0,06n$
$184.800,00 = 150.000,00 [1 + (0,06n)]$	$0,232 \div 0,06 = n$
$184.800,00 \div 150.000,00 = 1 + 0,06n$	$n = 3,8666... \text{ meses}$

$1,232 = 1 + 0,06n$	n = 3 meses e 26 dias.
---------------------	-------------------------------

- e) Uma aplicação financeira gerou um montante de 163.500,00 u.m.

De quanto são os juros se a aplicação deu-se em seis meses a taxa de juros lineares de 85% a.a.?

Resolução:

M = C(1+ in)		$163.500,00 = C(1,4250)$	
$163.500,00 = C[1 + (0,85 \div 2)]$		$163.500,00 \div 1,4250 = C$	
$163.500,00 = C [1 + (0,4250)]$	↓	C = 114.736,84 u.m.	↓

J = Cin		$J = 114.736,84 (0,4250)$	
$J = 114.736,84 (0,85 \div 2)$	↓	J = 48.763,16 u.m.	↓

Ou:

M = C + j		$163.500,00 - 114.736,84 = j$	
$163.500,00 = 114.736,84 + j$	↓	M = 48.763,16 u.m.	↓

MODELOS PROPOSTOS PARA FIXAÇÃO DO CONTEÚDO

- 1) Para uma aplicação de 100.000.000,00 u.m., por um ano, à taxa linear de juros de 13% a.m. qual o montante?
- 2) Por quanto tempo deverá ficar aplicado um capital para que o seu juro seja igual a 5,5 vezes o seu valor, à taxa de juros lineares de 80% a.a.?
- 3) Qual o tempo necessário para que uma aplicação de 500.000,00 u.m. à taxa de juros lineares de 12% a.m. triplique seu valor?
- 4) Qual o montante de um capital de 300.000,00 u.m. aplicado por 210 dias, à taxa de 6,4% a.m.?

Quadro geral de respostas:

Questão	Respostas
1	256.000.000,00 u.m.
2	6 anos, 10 meses e 15 dias.
3	16 meses e 20 dias.
4	434.400,00 u.m.

BIBLIOGRAFIA

BRAGA, Mário. **Curso Rápido de Matemática Financeira**. Curitiba: UFPR, 1986.

CARVALHO, Thales Mello. **Matemática Comercial e Financeira**. 5 ed. Rio de Janeiro: MEC/FENAME, 1980.

Matemática Básica. Apostila Banestado. Curitiba. 1986.