José Wammes
Gilmar José Camargo

TAXAS, JUROS COMPOSTOS E AMORTIZAÇÃO DE CAPITAL:

Uma abordagem prática

JOSÉ WAMMES

GILMAR JOSÉ CAMARGO

TAXAS, JUROS COMPOSTOS E AMORTIZAÇÃO DE CAPITAL:

Uma abordagem prática

2014

TOLEDO – PARANÁ

Coordenação Editorial: Osmar Antonio Conte

Ficha Catalográfica: Mariana Senhorini Caron - CRB9-1462

M172t Wammes, José; Camargo, Gilmar José.
Taxas, juros compostos e amortização de capital: uma abordagem prática / Gilmar José Camargo, José Wammes – Toledo: Fasul, 2014.

82 p.

1. Capital (Economia). 2. Valor (Economia). 3. Juros. 4. Amortização. I. Título

CDD 21.ed. 332.041

ISBN 978-85-89042-24-6

Fasul Ensino Superior Ltda
Av. Ministro Cirne Lima, 2565
CEP 85903-590 – Toledo – Paraná
Tel. (45) 3277-4000 - e-mail: fasul@fasul.edu.br

Depósito Legal na Biblioteca Nacional
Divulgação Eletrônica - Brasil - 2014

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Uma breve conversa com o leitor

Os conteúdos a que os autores se propõem a discorrer na presente obra foram selecionados entre os de maior grau de dificuldade de aprendizado por parte dos acadêmicos, na disciplina de matemática financeira: Taxas equivalentes de juros, juros compostos e amortização de capital.

A constatação deve-se a presença dos autores, professores em instituição de ensino superior, em sala de aula. A cada período que se inicia, sempre o mesmo drama. Até que se solidifique o processo de aprendizagem dos três conceitos, o semestre já findou e, muitos outros assuntos de interesse para a formação do acadêmico, ficam pelo caminho. E, diga-se, conceitos fundamentais para a vida acadêmica e profissional futura.

Diante dessa realidade tão presente e da carência de conhecimentos anteriores ao período de aulas presenciais, querem, os autores, contribuir com uma obra de cunho prático, que possa ser utilizada e consultada por acadêmicos das áreas de ciências econômicas, contábeis, administração e tecnólogos em geral.

É pretensão dos autores, também, atingir graduados em plena atividade profissional ou cursando pós graduação. A obra visa contribuir com estudantes que se preparam para os exames de suficiência em seus conselhos de classe e de candidatos em concursos públicos.

A respeito dos conceitos que serão focados, inúmeras obras estão à disposição dos interessados. Apenas, que esta, quer dar um foco mais prático.

Quer-se atender a essa demanda dos estudantes ofertando o que buscam para sua formação acadêmica. Qual seja, modelos e exercícios focando no enunciado, na interpretação gráfica, na resolução algébrica e na utilização de calculadora financeira, sem abrir mão da parte teórica, tão importante e necessária para o domínio dos conceitos e resolução dos modelos propostos.

Os assuntos são por demais interessantes e atuais. Sua aplicabilidade é imediata, quer no dia a dia das empresas ou das pessoas e famílias.

Toledo, Paraná, inverno de 2014.

Os autores

1. TAXAS DE JUROS EQUIVALENTES

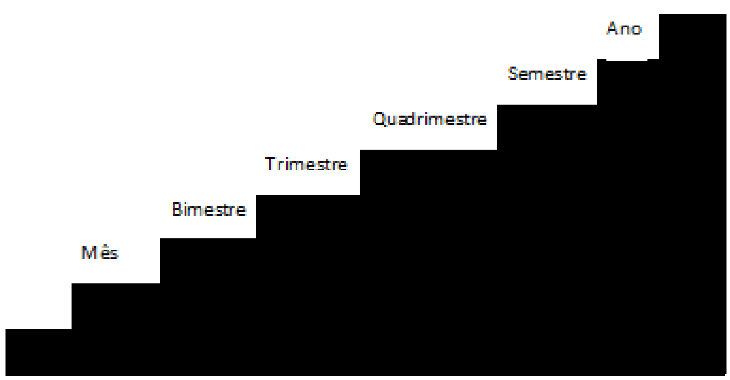
Para o entendimento e cálculos envolvendo juros compostos, amortização de capital, valor do dinheiro no tempo e análise de retorno de investimentos é fundamental o domínio conceitual e prático do cálculo de equivalência de taxas de juros.

Pode-se afirmar que o domínio do assunto é a espinha dorsal de todo o sistema de juros compostos. Assim, fica evidente a necessidade do aprendizado e domínio das diversas técnicas de cálculo.

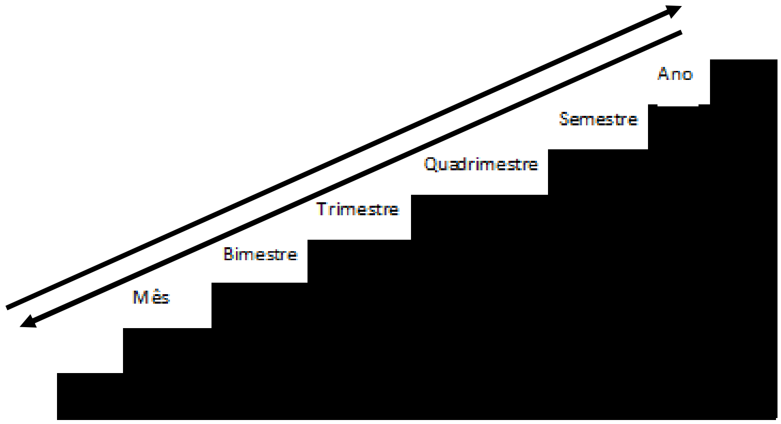
Para o desenvolvimento da aprendizagem, vamos introduzir a figura de uma escada. Nela, há degraus. Nestes, podemos subir e descer, desde que não estejamos nas extremidades, quando, então, ficamos limitados a uma única direção.

Observe a figura de uma escada, abaixo, com os seus degraus.

Admita, agora, que cada degrau tenha um nome, conforme abaixo:



Estando em um degrau qualquer podemos subir ou descer a escada.



Valendo-se de um princípio de física, para subirmos a escada necessitamos de força, de potência. Logo, associando isto, sempre que quisermos subir um ou mais degraus, iremos utilizar o conceito de potência. E, ao descermos, utilizamos o seu inverso, a radiciação.

Para tanto necessitamos, antes, conhecer as unidades múltiplas e submúltiplas do tempo - prazo. O conhecimento destes múltiplos e submúltiplos nos facilitará os cálculos de potenciação e radiciação, visto que necessitamos indicar o expoente ou o índice da raiz da operação algébrica. Acompanhe o quadro a seguir:

Quadro 1: Múltiplos e submúltiplos de prazos – tempo.

	ANO	SEMESTRE	QUADRIMESTRE	TRIMESTRE	BIMESTRE	MÊS
ANO	1	2	3	4	6	12
SEMESTRE	½	1	1 ½	2	3	6
QUADRIMESTRE	1/3	2/3	1	1 1/3	2	4
TRIMESTRE	¼	½	¾	1	1 ½	3
BIMESTRE	1/6	1/3	½	2/3	1	2
MÊS	1/12	1/6	¼	1/3	½	1

A leitura se dá em linha, da esquerda para a direita.

1.1 Equações algébricas – fórmulas

Para a resolução de qualquer situação de taxa de juro equivalente, podemos nos valer de três fórmulas:

a)	$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i}\,)^n - 1]100$
b)	$ieq = [(1 + i\,)^n - 1]100$
c)	$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i}\,) - 1]100$

A primeira fórmula (**a**) é a de cunho geral. Serve para qualquer situação de cálculo. Indiferente do degrau que se esteja na escada e o degrau de destino.

Já a segunda fórmula (**b**), é mais específica e é indicada para quando estivermos "subindo" degraus desta escada.

A terceira fórmula (**c**) tem sua aplicação dirigida para quando estivermos "descendo" os degraus desta escada.

Importante destacar que para a utilização da segunda e da terceira fórmula, os múltiplos e submúltiplos das unidades de tempo – prazo - deverão ser inteiros.

1.2 Utilização de calculadora financeira

Nos cálculos de taxa de juro equivalente há recursos bem interessantes nas calculadoras financeiras. No desenvolvimento do conteúdo, iremos utilizar como padrão, a calculadora financeira HP 12C.

Abaixo, um passo a passo das teclas que deverão ser utilizadas para a obtenção da taxa de juro equivalente, dependendo da situação particular de cálculo que se necessite.

Quadro 2: Passo a passo

⇧	⇩	⇧⇩
Subindo a escada	*Descendo a escada*	*Subindo e descendo a escada*
$ieq = [(1 + i)^n - 1]100$	$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i}) - 1]100$	$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^n - 1]100$
HP 12C		
Taxa de juros ENTER	Taxa de juros ENTER	Taxa de juros ENTER
100 ÷	100 ÷	100 ÷
1 +	1 +	1 +
"n" y^x	"N" 1/x	"N" 1/x
1 -	y^x	y^x
100 X	1 -	"n" y^x
	100 X	1 -
		100 X

1.3 Equivalência de taxas de juros entre si

Se duas taxas de juros são equivalentes entre si e, uma terceira é equivalente a uma delas, todas elas serão equivalentes entre si.

Se as taxas de juros **A** e **B** são equivalentes entre si e, **C**, é equivalente a **A** logo, **C,** também é equivalente a **B**. Qual seja todas são equivalentes entre si.

1.4 Entendendo equivalência de taxas de juros.

Equivalência, em taxas de juros, significa dizer que é indiferente ao investidor ou tomador de recursos utilizar, para o cálculo de rendimentos ou encargos, qualquer uma das taxas dadas, visto que o resultado final será o mesmo.

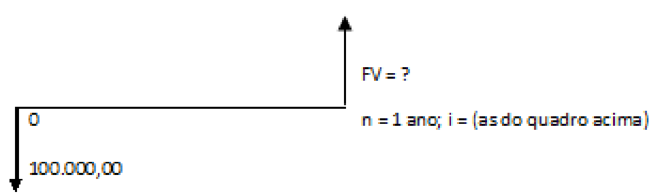
Equivalência de taxas de juros é obter o mesmo resultado final, montante, indiferente da taxa tomada como base de cálculo. Exemplificando, admita que um investidor queira efetuar uma aplicação única, de uma reserva que possui, pelo prazo de um ano. Consultando alguns bancos, obteve-se dos mesmos as seguintes informações quanto à taxa de juros e o período da mesma:

Banco	Taxa de juros	Período
A	1,00%	Ao mês
B	2,01%	Ao bimestre
C	3,03010%	Ao trimestre
D	4,060401%	Ao quadrimestre
E	6,152015%	Ao semestre
F	12,682503%	Ao ano.

O valor inicial da aplicação é de 100.000,00 u.m.

Qual o valor de resgate, montante, que este investidor terá ao final do período da aplicação?

Graficamente, a situação inicial é a abaixo:

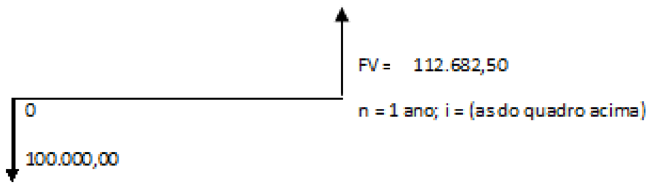


Os resultados, depois de decorrido o prazo de aplicação, podem ser conferidos no quadro seguinte:

Quadro 3: Resultados conforme taxa de juros

Banco	Taxa de juros	Período	Valor inicial, u.m.	Montante
A	1,00%	Ao mês	100.000,00	112.682,50
B	2,01%	Ao bimestre	100.000,00	112.682,50
C	3,03010%	Ao trimestre	100.000,00	112.682,50
D	4,060401%	Ao quadrimestre	100.000,00	112.682,50
E	6,152015%	Ao semestre	100.000,00	112.682,50
F	12,682503%	Ao ano.	100.000,00	112.682,50

Como o montante é igual em qualquer das situações (o prazo de aplicação é de um ano, para todas as situações, também) fica claro que é indiferente utilizar qualquer das taxas de juros e, isto, é o entendimento de taxas de juros equivalentes. Graficamente, teremos, após o decurso do prazo da aplicação:



1.5 Apresentação de modelos para cálculo

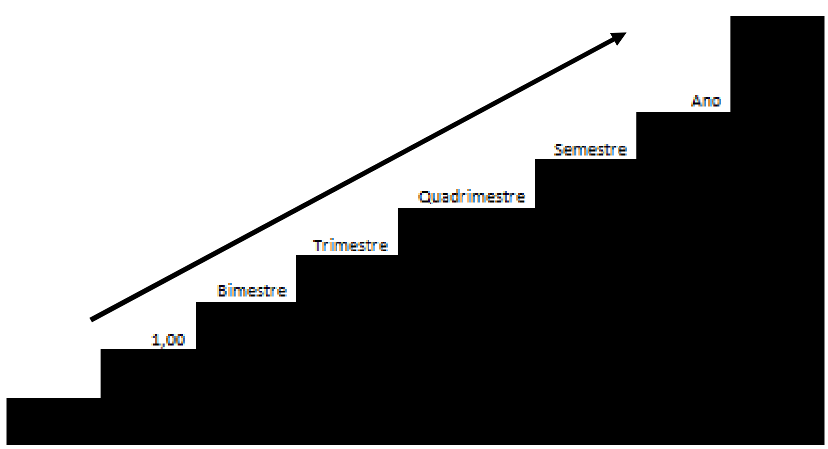
Para uma abordagem prática, vamos definir que conhecemos uma determinada taxa de juros e que queiramos sua equivalência em unidades de tempo maiores. Observe o quadro abaixo.

Quadro 4: Modelo básico para desenvolvimento de cálculo

Taxa % Ao mês	Taxa % Ao bimestre	Taxa % Ao trimestre	Taxa % Ao quadrimestre	Taxa % Ao semestre	Taxa % Ao ano
1,00%	**?**	**?**	**?**	**?**	**?**

O entendimento pode ser dado como: Dada a taxa de juros de 1,00% a.m. qual é a taxa de juros equivalente ao bimestre, trimestre, quadrimestre, semestre e ano?

Se retornarmos à figura da escada e seus degraus, constatamos o que temos abaixo:



O entendimento é que se está em um degrau da base da escada, mês, e quer-se galgar degraus acima deste. Logo, concluí-se que o conceito a ser empregado é o de potência.

Para a resolução, pode-se utilizar a fórmula geral, "**a**", ou "**b**" do item 1.1. A demonstração para todas as unidades de tempo da escada acima, estão nos quadros seguintes.

Como padronização, utiliza-se nos cálculos os resultados obtidos até a sexta casa decimal. Assim, obtêm-se uma aproximação melhor nos resultados. O ideal, quando da utilização de calculadoras, que se façam os cálculos de forma contínua com os recursos existentes em cada modelo de máquina. Com isto, a aproximação torna-se cada vez mais próxima do resultado.

a) Mês para bimestre

Fórmula específica	**Fórmula geral**	**HP 12C**
$ieq = [(1 + i)^n - 1]100$	**$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^n - 1]100$**	**1,00 ENTER**
$ieq_{ab} = [(1 + 0{,}01)^2 - 1]100$	$ieq_{ab} = [(\sqrt[1]{1 + 0{,}01})^2 - 1]100$	100 ÷
$ieq_{ab} = [(1{,}01)^2 - 1]100$	$ieq_{ab} = [(\sqrt[1]{1{,}01})^2 - 1]100$	1 +
$ieq_{ab} = (1{,}0201 - 1)100$	$ieq_{ab} = [(1{,}01)^2 - 1]100$	2 y^X
$ieq_{ab} = (0{,}0201)100$	$ieq_{ab} = (1{,}0201 - 1)100$	1 -
ieq = 2,010000% a.b.	$ieq_{ab} = (0{,}0201)100$	100 X
	ieq = 2,010000% a.b.	**2,010000% a.b.**

b) Mês para trimestre

Fórmula específica	**Fórmula geral**	**HP 12C**
$ieq = [(1 + i)^n - 1]100$	**$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^n - 1]100$**	**1,00 ENTER**
$ieq_{at} = [(1 + 0{,}01)^3 - 1]100$	$ieq_{at} = [(\sqrt[1]{1 + 0{,}01})^3 - 1]100$	100 ÷
$ieq_{at} = [(1{,}01)^3 - 1]100$	$ieq_{at} = [(\sqrt[1]{1{,}01})^3 - 1]100$	1 +
$ieq_{at} = (1{,}0303010 - 1)100$	$ieq_{at} = [(1{,}01)^3 - 1]100$	3 y^X
$ieq_{at} = (0{,}0303010)100$	$ieq_{at} = (1{,}0303010 - 1)100$	1 -
ieq = 3,03010% a.t.	$ieq_{at} = (0{,}0303010)100$	100 X
	ieq = 3,03010% a.t.	**3,03010% a.t.**

c) Mês para quadrimestre

Fórmula específica	**Fórmula geral**	**HP 12C**
$ieq = [(1 + i)^n - 1]100$	**$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^n - 1]100$**	**1,00 ENTER**
$ieq_{aq} = [(1 + 0{,}01)^4 - 1]100$	$ieq_{aq} = [(\sqrt[1]{1 + 0{,}01})^4 - 1]100$	100 ÷
$ieq_{aq} = [(1{,}01)^4 - 1]100$	$ieq_{aq} = [(\sqrt[1]{1{,}01})^4 - 1]100$	1 +
$ieq_{aq} = (1{,}04060401 - 1)100$	$ieq_{aq} = [(1{,}01)^4 - 1]100$	4 y^X
$ieq_{aq} = (0{,}04060401)100$	$ieq_{aq} = (1{,}04060401 - 1)100$	1 -
ieq = 4,060401% a.q.	$ieq_{aq} = (0{,}04060401)100$	100 X
	ieq = 4,060401% a.q.	**4,060401% a.q.**

d) Mês para semestre

Fórmula específica	**Fórmula geral**	**HP 12C**
$ieq = [(1 + i)^n - 1]100$	**$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^n - 1]100$**	**1,00 ENTER**
$ieq_{as} = [(1 + 0{,}01)^6 - 1]100$	$ieq_{as} = [(\sqrt[1]{1 + 0{,}01})^6 - 1]100$	100 ÷
$ieq_{as} = [(1{,}01)^6 - 1]100$	$ieq_{as} = [(\sqrt[1]{1{,}01})^6 - 1]100$	1 +
$ieq_{as} = (1{,}06152015 - 1)100$	$ieq_{as} = [(1{,}01)^6 - 1]100$	6 y^X

ieq_{as} = (0,06152015)100	ieq_{as} = (1,06152015 -1)100	1 -
ieq = 6,152015% a.s.	ieq_{as} = (0,06152015)100	100 X
	ieq = 6,152015% a.s.	**6,152015% a.s.**

e) Mês para ano

Fórmula específica	**Fórmula geral**	**HP 12C**
$ieq = [(1 + i)^n - 1]100$	**$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^n - 1]100$**	**1,00 ENTER**
$ieq_{aa} = [(1 + 0{,}01)^{12} - 1]100$	$ieq_{aa} = [(\sqrt[1]{1 + 0{,}01})^{12} - 1]100$	100 ÷
$ieq_{aa} = [(1{,}01)^{12} - 1]100$	$ieq_{aa} = [(\sqrt[1]{1{,}01})^{12} - 1]100$	1 +
ieq_{aa} = (1,12682503 -1)100	$ieq_{aa} = [(1{,}01)^{12} - 1]100$	12 y^X
ieq_{aa} = (0,12682503)100	ieq_{aa} = (1,12682503 -1)100	1 -
ieq = 12,682503% a.a.	ieq_{aa} = (0,12682503)100	100 X
	ieq = 12,682503% a.a.	**12,682503% a.a.**

Na sequência, pode-se calcular a taxa equivalente de bimestre para as unidades de tempo superiores. Acompanhe:

f) Bimestre para trimestre

Fórmula específica	**Fórmula geral**	**HP 12C**
$ieq = [(1 + i)^{n/N} - 1]100$	**$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^n - 1]100$**	**2,010000 ENTER**
$ieq_{at} = [(1 + 0{,}02010000)^{3/2} - 1]100$	$ieq_{at} = [(\sqrt[2]{1 + 0{,}02010000})^3 - 1]100$	100 ÷
$ieq_{at} = [(1{,}02010000)^{1,5} - 1]100$	$ieq_{at} = [(\sqrt[2]{1{,}02010000})^3 - 1]100$	1 +
ieq_{at} = (1,0303010 -1)100	$ieq_{at} = [(1{,}010000)^3 - 1]100$	2 1/x y^X
ieq_{at} = (0,0303010)100	ieq_{at} = (1,0303010 -1)100	3 y^X
ieq = 3,030100% a.t.	ieq_{at} = (0,0303010)100	1 -
	ieq = 3,030100% a.t.	100 X
		3,030100% a.t.

g) Bimestre para quadrimestre

Fórmula específica	**Fórmula geral**	**HP 12C**
$ieq = [(1 + i)^n - 1]100$	**$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^n - 1]100$**	**2,010000 ENTER**
$ieq_{aq} = [(1 + 0{,}020100)^2 - 1]100$	$ieq_{aq} = [(\sqrt[2]{1 + 0{,}020100})^4 - 1]100$	100 ÷
$ieq_{aq} = [(1{,}020100)^2 - 1]100$	$ieq_{aq} = [(\sqrt[2]{1{,}020100})^4 - 1]100$	1 +
ieq_{aq} = (1,04060401 -1)100	$ieq_{aq} = [(1{,}010000)^4 - 1]100$	2 y^X
ieq_{aq} = (0,04060401)100	ieq_{aq} = (1,04060401 -1)100	1 -
ieq = 4,060401% a.q.	ieq_{aq}= (0,04060401)100	100 X
	ieq = 4,060401% a.q.	**4,060401% a.q.**

h) Bimestre para semestre

Fórmula específica	**Fórmula geral**	**HP 12C**
$ieq = [(1 + i)^n - 1]100$	**$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^n - 1]100$**	**2,010000 ENTER**
$ieq_{as} = [(1 + 0{,}020100)^3 - 1]100$	$ieq_{as} = [(\sqrt[2]{1 + 0{,}020100})^6 - 1]100$	100 ÷
$ieq_{as} = [(1{,}020100)^3 - 1]100$	$ieq_{as} = [(\sqrt[2]{1{,}020100})^6 - 1]100$	1 +

$ieq_{as} = (1,06152015 - 1)100$	$ieq_{as} = [(1,010000)^{6} - 1]100$	3 y^{X}
$ieq_{as} = (0,06152015)100$	$ieq_{as} = (1,6152015 - 1)100$	1 -
ieq = 6,152015% a.s.	$ieq_{as} = (0,06152015)100$	100 X
	ieq = 6,152015% a.s.	**6,152015% a.s.**

i) Bimestre para ano

Fórmula específica	**Fórmula geral**	**HP 12C**
$\mathbf{ieq = [(1 + i)^{n} - 1]100}$	$\mathbf{ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^{n} - 1]100}$	**2,010000 ENTER**
$ieq_{aa} = [(1 + 0,020100)^{6} - 1]100$	$ieq_{aa} = [(\sqrt[2]{1 + 0,020100})^{12} - 1]100$	100 ÷
$ieq_{aa} = [(1,020100)^{6} - 1]100$	$ieq_{aa} = [(\sqrt[2]{1,020100})^{12} - 1]100$	1 +
$ieq_{aa} = (1,12682503 - 1)100$	$ieq_{aa} = [(1,010000)^{12} - 1]100$	6 y^{X}
$ieq_{aa} = (0,12682503)100$	$ieq_{aa} = (1,012682503 - 1)100$	1 -
ieq = 12,682503% a.a.	$ieq_{aa} = (0,012682503)100$	100 X
	ieq = 12,682503% a.a.	**12,682503% a.a.**

Continuando, pode-se calcular de trimestre, de quadrimestre, de semestre e de ano, conforme a sequência abaixo.

j) De trimestre para quadrimestre

Fórmula específica	**Fórmula geral**	**HP 12C**
$\mathbf{ieq = [(1 + i)^{n/N} - 1]100}$	$\mathbf{ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^{n} - 1]100}$	**3,030100 ENTER**
$ieq_{aq} = [(1 + 0,030301)^{4/3} - 1]100$	$ieq_{aq} = [(\sqrt[3]{1 + 0,030301})^{4} - 1]100$	100 ÷
$ieq_{aq} = [(1,030301)^{1,333333} - 1]100$	$ieq_{aq} = [(\sqrt[3]{1,030301})^{4} - 1]100$	1 +
$ieq_{aq} = (1,04060401 - 1)100$	$ieq_{aq} = [(1,010000)^{4} - 1]100$	3 1/x y^{X}
$ieq_{aq} = (0,04060401)100$	$ieq_{aq} = (1,04060401 - 1)100$	4 y^{X}
ieq = 4,060401% a.q.	$ieq_{aq} = (0,04060401)100$	1 -
	ieq = 4,060401% a.q.	100 X
		4,060401% a.q.

k) De trimestre para semestre

Fórmula específica	**Fórmula geral**	**HP 12C**
$\mathbf{ieq = [(1 + i)^{n} - 1]100}$	$\mathbf{ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^{n} - 1]100}$	**3,030100 ENTER**
$ieq_{as} = [(1 + 0,030301)^{2} - 1]100$	$ieq_{as} = [(\sqrt[3]{1 + 0,030301})^{6} - 1]100$	100 ÷
$ieq_{as} = [(1,030301)^{2} - 1]100$	$ieq_{as} = [(\sqrt[3]{1,030301})^{6} - 1]100$	1 +
$ieq_{as} = (1,06152015 - 1)100$	$ieq_{as} = [(1,010000)^{6} - 1]100$	2 y^{X}
$ieq_{as} = (0,06152015)100$	$ieq_{as} = (1,06152015 - 1)100$	1 -
ieq = 6,152015% a.s.	$ieq_{as} = (0,06152015)100$	100 X
	ieq = 6,152015 % a.s.	**6,152015% a.s.**

l) De trimestre para ano

Fórmula específica	Fórmula geral	HP 12C
$ieq = [(1 + i)^n - 1]100$	**$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^n - 1]100$**	**3,030100 ENTER**
$ieq_{aa} = [(1 + 0{,}030301)^4 - 1]100$	$ieq_{aa} = [(\sqrt[3]{1 + 0{,}030301})^{12} - 1]100$	100 ÷
$ieq_{aa} = [(1{,}030301)^4 - 1]100$	$ieq_{aa} = [(\sqrt[3]{1{,}030301})^{12} - 1]100$	1 +
$ieq_{aa} = (1{,}12682503 - 1)100$	$ieq_{aa} = [(1{,}010000)^{12} - 1]100$	4 y^X
$ieq_{aa} = (0{,}12682503)100$	$ieq_{aa} = (1{,}12682503 - 1)100$	1 -
ieq = 12,682503% a.a.	$ieq_{aa} = (0{,}12682503)100$	100 X
	ieq = 12,682503 % a.a.	**12,682503% a.a.**

m) De quadrimestre para semestre

Fórmula específica	Fórmula geral	HP 12C
$ieq = [(1 + i)^{n/N} - 1]100$	**$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^n - 1]100$**	**4,060401 ENTER**
$ieq_{as} = [(1 + 0{,}04060401)^{6/4} - 1]100$	$ieq_{as} = [(\sqrt[4]{1 + 0{,}04060401})^6 - 1]100$	100 ÷
$ieq_{as} = [(1{,}04060401)^{1,50} - 1]100$	$ieq_{as} = [(\sqrt[4]{1{,}04060401})^6 - 1]100$	1 +
$ieq_{as} = (1{,}061520 - 1)100$	$ieq_{as} = [(1{,}010000)^6 - 1]100$	4 1/x y^X
$ieq_{as} = (0{,}06152015)100$	$ieq_{as} = (1{,}06152015 - 1)100$	6 y^X
ieq = 6,152015% a.s.	$ieq_{as} = (0{,}06152015)100$	1 -
	ieq = 6,152015% a.s.	100 X
		6,152015% a.s.

n) De quadrimestre para ano

Fórmula específica	Fórmula geral	HP 12C
$ieq = [(1 + i)^n - 1]100$	**$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^n - 1]100$**	**4,060401 ENTER**
$ieq_{aa} = [(1 + 0{,}04060401)^3 - 1]100$	$ieq_{aa} = [(\sqrt[4]{1 + 0{,}04060401})^{12} - 1]100$	100 ÷
$ieq_{aa} = [(1{,}04060401)^3 - 1]100$	$ieq_{aa} = [(\sqrt[4]{1{,}04060401})^{12} - 1]100$	1 +
$ieq_{aa} = (1{,}12682503 - 1)100$	$ieq_{aa} = [(1{,}010000)^{12} - 1]100$	3 y^X
$ieq_{aa} = (0{,}12682503)100$	$ieq_{aa} = (1{,}12682503 - 1)100$	1 -
ieq = 12,682503% a.a.	$ieq_{aa} = (0{,}12682503)100$	100 X
	ieq = 12,682503 % a.a.	**12,682503% a.a.**

o) De semestre para ano

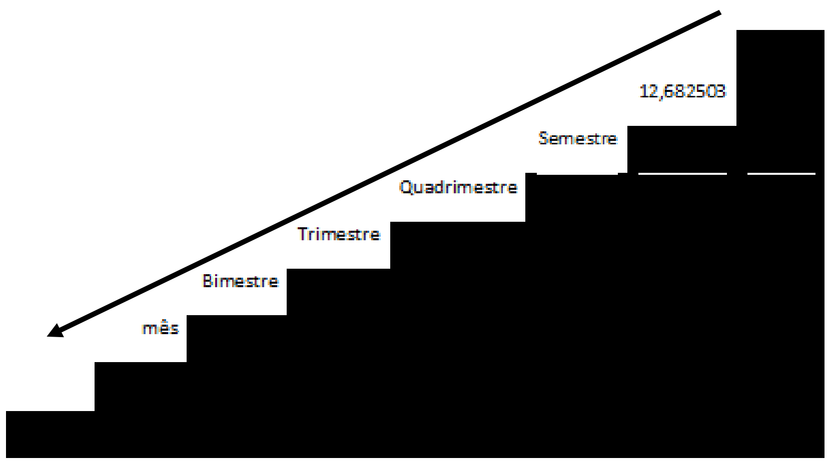
Fórmula específica	Fórmula geral	HP 12C
$ieq = [(1 + i)^n - 1]100$	**$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^n - 1]100$**	**6,152015 ENTER**
$ieq_{aa} = [(1 + 0{,}06152015)^2 - 1]100$	$ieq_{aa} = [(\sqrt[6]{1 + 0{,}06152015})^{12} - 1]100$	100 ÷
$ieq_{aa} = [(1{,}06152015)^2 - 1]100$	$ieq_{aa} = [(\sqrt[6]{1{,}06152015})^{12} - 1]100$	1 +
$ieq_{aa} = (1{,}12682503 - 1)100$	$ieq_{aa} = [(1{,}010000)^{12} - 1]100$	2 y^X
$ieq_{aa} = (0{,}12682503)100$	$ieq_{aa} = (1{,}12682503 - 1)100$	1 -
ieq = 12,682503% a.a.	$ieq_{aa} = (0{,}12682503)100$	100 X
	ieq = 12,682503 % a.a.	**12,682503% a.a.**

Com isto, confirmamos que as taxas de 1,000000% a.m.; 2,010000% a.b.; 3,030100% a.t.; 4,060401% a.q.; 6,152015% a.s. e 12,682503% a.a. são equivalentes entre si. Logo, produzem o mesmo resultado, sendo indiferente a sua aplicação.

Quadro 5: Taxas equivalentes

	Taxas equivalentes				
Taxa Inicial	**Ao Bimestre**	**Ao Trimestre**	**Ao Quadrimestre**	**Ao Semestre**	**Ao Ano**
1,000000% a.m.	**2,010000%**	**3,030100%**	**4,060401%**	**6,152015%**	**12,682503%**

Retornando a figura da escada, da mesma forma que é possível galgar degraus acima, pode-se descê-los. O sentido, descer, é o oposto de subir. Logo, se neste usávamos potência, agora, iremos utilizar de radiciação.



No intuito de comprovar que sempre é possível retornar a taxa de juros inicial, vamos partir, agora, da taxa de juros anual de 12,682503% e calcular para as unidades de tempo inferiores a ano.

Quadro 6: Modelo básico para desenvolvimento de cálculo

Taxa % Ao ano	**Taxa % Ao semestre**	**Taxa % Ao quadrimestre**	**Taxa % Ao trimestre**	**Taxa % Ao bimestre**	**Taxa % Ao mês**
12,682503%	**?**	**?**	**?**	**?**	**?**

a) De ano para semestre

Fórmula específica	Fórmula geral	HP 12C
ieq = [($^N\sqrt{}$1 + i) -1]100	**ieq = [($^N\sqrt{}$1 + i)^n -1]100**	**12,682503 ENTER**
ieq_{as} = [($^2\sqrt{}$1 + 0,12682503) -1]100	ieq_{as} = [($^2\sqrt{}$1 + 0,12682503)^1 -1]100	100 ÷
ieq_{as} = [($^2\sqrt{}$1,12682503) -1]100	ieq_{as} = [($^2\sqrt{}$1,12682503)^1 -1]100	1 +
ieq_{as} = (1,06152015 -1)100	ieq_{as} = [(1,06152015)^1 -1]100	2 1/x y^X
ieq_{as} = (0,06152015)100	ieq_{as} = (1,06152015 -1)100	1 -
ieq = 6,152015% a.s.	ieq_{as} = (0,06152015)100	100 X
	ieq = 6, 152015% a.s.	**6,152015% a.s.**

b) De ano para quadrimestre

Fórmula específica	Fórmula geral	HP 12C
ieq = [($^N\sqrt{}$1 + i) -1]100	**ieq = [($^N\sqrt{}$1 + i)^n -1]100**	**12,682503 ENTER**
ieq_{aq} = [($^3\sqrt{}$1 + 0,12682503) -1]100	ieq_{aq} = [($^3\sqrt{}$1 + 0,12682503)^1 -1]100	100 ÷
ieq_{aq} = [($^3\sqrt{}$1,12682503) -1]100	ieq_{aq} = [($^3\sqrt{}$1,12682503)^1 -1]100	1 +
ieq_{aq} = (1,04060401 -1)100	ieq_{aq} = [(1,04060401)^1 -1]100	3 1/x y^X
ieq_{aq} = (0,04060401)100	ieq_{aq} = (1,04060401 -1)100	1 -
ieq = 4,060401% a.q.	ieq_{aq} = (0,04060401)100	100 X
	ieq = 4, 060401% a.q.	**4,060401% a.q.**

c) De ano para trimestre

Fórmula específica	Fórmula geral	HP 12C
ieq = [($^N\sqrt{}$1 + i) -1]100	**ieq = [($^N\sqrt{}$1 + i)^n -1]100**	**12,682503 ENTER**
ieq_{at} = [($^4\sqrt{}$1 + 0,12682503) -1]100	ieq_{at} = [($^4\sqrt{}$1 + 0,12682503)^1 -1]100	100 ÷
ieq_{at} = [($^4\sqrt{}$1,12682503) -1]100	ieq_{at} = [($^4\sqrt{}$1,12682503)^1 -1]100	1 +
ieq_{at} = (1,03030100 -1)100	ieq_{at} = [(1,03030100)^1 -1]100	4 1/x y^X
ieq_{at} = (0,03030100)100	ieq_{at} = (1,03030100 -1)100	1 -
ieq = 3,030100% a.t.	ieq_{at} = (0,03030100)100	100 X
	ieq = 3, 030100% a.t.	**3,030100% a.t.**

d) De ano para bimestre

Fórmula específica	Fórmula geral	HP 12C
ieq = [($^N\sqrt{}$1 + i) -1]100	**ieq = [($^N\sqrt{}$1 + i)^n -1]100**	**12,682503 ENTER**
ieq_{ab} = [($^6\sqrt{}$1 + 0,12682503) -1]100	ieq_{ab} = [($^6\sqrt{}$1 + 0,12682503)^1 -1]100	100 ÷
ieq_{ab} = [($^6\sqrt{}$1,12682503) -1]100	ieq_{ab} = [($^6\sqrt{}$1,12682503)^1 -1]100	1 +
ieq_{ab} = (1,020100 -1)100	ieq_{ab} = [(1,020100)^1 -1]100	6 1/x y^X
ieq_{ab} = (0,020100)100	ieq_{ab} = (1,020100 -1)100	1 -
ieq = 2,010000% a.b.	ieq_{ab} = (0,020100)100	100 X
	ieq = 2,010000% a.b.	**2,010000% a.b.**

e) De ano para mês

Fórmula específica	Fórmula geral	HP 12C
ieq = [(^{N}√1 + i) -1]100	**ieq = [(^{N}√1 + i)^n -1]100**	**12,682503 ENTER**
ieq_{am} = [(^{12}√1 + 0,12682503) -1]100	ieq_{am} = [(^{12}√1 + 0,12682503)^1 -1]100	100 ÷
ieq_{am} = [(^{12}√1,12682503) -1]100	Ieq_{am} = [(^{12}√1,12682503)^1 -1]100	1 +
ieq_{am} = (1,010000 -1)100	ieq_{am} = [(1,010000)^1 -1]100	12 1/x y^X
ieq_{am} = (0,010000)100	ieq_{am} = (1,010000 -1)100	1 -
ieq = 1,000000% a.m.	ieq_{am} = (0,010000)100	100 X
	ieq = 1,000000% a.m.	**1,000000% a.m.**

Da mesma forma, podemos partir de qualquer outra taxa de juros e ir calculando para as unidades de tempo inferiores. De semestre, quadrimestre, trimestre, bimestre, mês. O desenvolvimento para cada situação está abaixo.

f) De semestre para quadrimestre

Fórmula específica	Fórmula geral	HP 12C
ieq = [(1 + i)$^{n/N}$ -1]100	**ieq = [(^{N}√1 + i)^n -1]100**	**6,152015 ENTER**
ieq_{aq} = [(1 + 0,06152015)$^{4/6}$ -1]100	ieq_{aq} = [(^{6}√1 + 0,06152015)^4 -1]100	100 ÷
ieq_{aq} = [(1,06152015)^{0,6666667} -1]100	Ieq_{aq} = [(^{6}√1,06152015)^4 -1]100	1 +
ieq_{aq} = (1,04060401 -1)100	ieq_{aq} = [(1,010000)^4 -1]100	6 1/x y^X
ieq_{aq} = (0,04060401)100	Ieq_{aq} = (1,04060401 -1)100	4 y^x
ieq = 4,060401% a.q.	ieq_{aq} = (0,04060401)100	1 -
	ieq = 4,060401% a.q.	100 X
		4,060401% a.q.

g) De semestre para trimestre

Fórmula específica	Fórmula geral	HP 12C
ieq = [(^{N}√1 + i) -1]100	**ieq = [(^{N}√1 + i)^n -1]100**	**6,152015 ENTER**
ieq_{at} = [(^{2}√1 + 0,06152015) -1]100	ieq_{at} = [(^{2}√1 + 0,06152015)^1 -1]100	100 ÷
ieq_{at} = [(^{2}√1,06152015) -1]100	Ieq_{at} = [(^{2}√1,06152015)^1 -1]100	1 +
ieq_{at} = (1,03030100 -1)100	ieq_{at} = [(1,03030100)^1 -1]100	2 1/x y^X
ieq_{at} = (0,03030100)100	ieq_{at} = (1,03030100 -1)100	1 -
ieq = 3,030100% a.t.	ieq_{at} = (0,03030100)100	100 X
	ieq = 3,030100% a.t.	**3,030100% a.t.**

h) De semestre para bimestre

Fórmula específica	Fórmula geral	HP 12C
$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i}) - 1]100$	**$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^n - 1]100$**	**6,152015 ENTER**
$ieq_{ab} = [(\sqrt[3]{1 + 0{,}06152015}) - 1]100$	$ieq_{ab} = [(\sqrt[3]{1 + 0{,}06152015})^1 - 1]100$	100 ÷
$ieq_{ab} = [(\sqrt[3]{1{,}06152015}) - 1]100$	$Ieq_{ab} = [(\sqrt[3]{1{,}06152015})^1 - 1]100$	1 +
$ieq_{ab} = (1{,}020100 - 1)100$	$ieq_{ab} = [(1{,}020100)^1 - 1]100$	3 1/x y^X
$ieq_{ab} = (0{,}020100)100$	$ieq_{ab} = (1{,}020100 - 1)100$	1 -
ieq = 2,010000% a.b.	$ieq_{ab} = (0{,}020100)100$	100 X
	ieq = 2,010000% a.b.	**2,010000% a.b.**

i) De semestre para mês

Fórmula específica	Fórmula geral	HP 12C
$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i}) - 1]100$	**$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^n - 1]100$**	**6,152015 ENTER**
$ieq_{am} = [(\sqrt[6]{1 + 0{,}06152015}) - 1]100$	$ieq_{am} = [(\sqrt[6]{1 + 0{,}06152015})^1 - 1]100$	100 ÷
$ieq_{am} = [(\sqrt[6]{1{,}06152015}) - 1]100$	$Ieq_{am} = [(\sqrt[6]{1{,}06152015})^1 - 1]100$	1 +
$ieq_{am} = (1{,}010000 - 1)100$	$ieq_{am} = [(1{,}010000)^1 - 1]100$	6 1/x y^X
$ieq_{am} = (0{,}010000)100$	$ieq_{am} = (1{,}010000 - 1)100$	1 -
ieq = 1,000000% a.m.	$ieq_{am} = (0{,}010000)100$	100 X
	ieq = 1,000000% a.m.	**1,000000% a.m.**

j) De quadrimestre para trimestre

Fórmula específica	Fórmula geral	HP 12C
$ieq = [(1 + i)^{n/N} - 1]100$	**$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^n - 1]100$**	**4,060401 ENTER**
$ieq_{at} = [(1 + 0{,}04060401)^{3/4} - 1]100$	$ieq_{at} = [(\sqrt[4]{1 + 0{,}04060401})^3 - 1]100$	100 ÷
$ieq_{at} = [(1{,}04060401)^{0{,}75} - 1]100$	$Ieq_{at} = [(\sqrt[4]{1{,}04060401})^3 - 1]100$	1 +
$ieq_{at} = (1{,}03030100 - 1)100$	$ieq_{at} = [(1{,}010000)^3 - 1]100$	4 1/x y^X
$ieq_{at} = (0{,}03030100)100$	$Ieq_{at} = (1{,}03030100 - 1)100$	3 y^x
ieq = 3,030100% a.t.	$ieq_{at} = (0{,}03030100)100$	1 -
	ieq = 3,030100% a.t.	100 X
		3,030100% a.t.

k) De quadrimestre para bimestre

Fórmula específica	Fórmula geral	HP 12C
$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i}) - 1]100$	**$ieq = [(\sqrt[N]{1 + i})^n - 1]100$**	**4,060401 ENTER**
$ieq_{ab} = [(\sqrt[2]{1 + 0{,}04060401}) - 1]100$	$ieq_{ab} = [(\sqrt[2]{1 + 0{,}04060401})^1 - 1]100$	100 ÷
$ieq_{ab} = [(\sqrt[2]{1{,}04060401}) - 1]100$	$Ieq_{ab} = [(\sqrt[2]{1{,}04060401})^1 - 1]100$	1 +
$ieq_{ab} = (1{,}020100 - 1)100$	$ieq_{ab} = [(1{,}020100)^1 - 1]100$	2 1/x y^X
$ieq_{ab} = (0{,}020100)100$	$ieq_{ab} = (1{,}020100 - 1)100$	1 -
ieq = 2,010000% a.b.	$ieq_{ab} = (0{,}020100)100$	100 X
	ieq = 2,010000% a.b.	**2,010000% a.b.**

l) De quadrimestre para mês

Fórmula específica	Fórmula geral	HP 12C
$ieq = [(^{N}\sqrt{1 + i}\ ) -1]100$	**$ieq = [(^{N}\sqrt{1 + i}\ )^{n} -1]100$**	**4,060401 ENTER**
$ieq_{am} = [(^{4}\sqrt{1 + 0,04060401}) -1]100$	$ieq_{am} = [(^{4}\sqrt{1 + 0,04060401})^{1} -1]100$	100 ÷
$ieq_{am} = [(^{4}\sqrt{1,04060401}) -1]100$	$Ieq_{am} = [(^{4}\sqrt{1,04060401})^{1} -1]100$	1 +
$ieq_{am} = (1,010000 -1)100$	$ieq_{am} = [(1,010000)^{1} -1]100$	4 1/x y^{X}
$ieq_{am} = (0,010000)100$	$ieq_{am} = (1,010000 -1)100$	1 -
ieq = 1,000000% a.m.	$ieq_{am} = (0,010000)100$	100 X
	ieq = 1,000000% a.m.	**1,000000% a.m.**

m) De trimestre para bimestre

Fórmula específica	Fórmula geral	HP 12C
$ieq = [(1 + i\ )^{n/N} -1]100$	**$ieq = [(^{N}\sqrt{1 + i}\ )^{n} -1]100$**	**3,030100 ENTER**
$ieq_{ab} = [(1 + 0,03030100)^{2/3} -1]100$	$ieq_{ab} = [(^{3}\sqrt{1 + 0,03030100})^{2} -1]100$	100 ÷
$ieq_{ab} = [(1,03030100)^{0,666667} -1]100$	$Ieq_{ab} = [(^{3}\sqrt{1,03030100})^{2} -1]100$	1 +
$ieq_{ab} = (1,02010000 -1)100$	$ieq_{ab} = [(1,010000)^{2} -1]100$	3 1/x y^{X}
$ieq_{ab} = (0,020100)100$	$Ieq_{ab} = (1,020100 -1)100$	2 y^{x}
ieq = 2,010000% a.b.	$ieq_{ab} = (0,020100)100$	1 -
	ieq = 2,010000% a.b.	100 X
		2,010000% a.b.

n) De trimestre para mês

Fórmula específica	Fórmula geral	HP 12C
$ieq = [(^{N}\sqrt{1 + i}\ ) -1]100$	**$ieq = [(^{N}\sqrt{1 + i}\ )^{n} -1]100$**	**3,030100 ENTER**
$ieq_{am} = [(^{3}\sqrt{1 + 0,03030100}) -1]100$	$ieq_{am} = [(^{3}\sqrt{1 + 0,03030100})^{1} -1]100$	100 ÷
$ieq_{am} = [(^{3}\sqrt{1,03030100}) -1]100$	$Ieq_{am} = [(^{3}\sqrt{1,03030100})^{1} -1]100$	1 +
$ieq_{am} = (1,010000 -1)100$	$ieq_{am} = [(1,010000)^{1} -1]100$	3 1/x y^{X}
$ieq_{am} = (0,010000)100$	$ieq_{am} = (1,010000 -1)100$	1 -
ieq = 1,000000% a.m.	$ieq_{am} = (0,010000)100$	100 X
	ieq = 1,000000% a.m.	**1,000000% a.m.**

o) De bimestre para mês

Fórmula específica	Fórmula geral	HP 12C
$ieq = [(^{N}\sqrt{1 + i}\ ) -1]100$	**$ieq = [(^{N}\sqrt{1 + i}\ )^{n} -1]100$**	**2,010000 ENTER**
$ieq_{am} = [(^{2}\sqrt{1 + 0,020100}) -1]100$	$ieq_{am} = [(^{2}\sqrt{1 + 0,020100})^{1} -1]100$	100 ÷
$ieq_{am} = [(^{2}\sqrt{1,020100}) -1]100$	$Ieq_{am} = [(^{2}\sqrt{1,020100})^{1} -1]100$	1 +
$ieq_{am} = (1,010000 -1)100$	$ieq_{am} = [(1,010000)^{1} -1]100$	2 1/x y^{X}
$ieq_{am} = (0,010000)100$	$ieq_{am} = (1,010000 -1)100$	1 -
ieq = 1,000000% a.m.	$ieq_{am} = (0,010000)100$	100 X
	ieq = 1,000000% a.m.	**1,000000% a.m.**

1.6 Modelos para prática e fixação

Visto acima as diversas possibilidades de equivalência de taxas de juros, a título de complemento, listamos três exercícios para prática.

a) Considere a taxa de juros de 7,50% a.a. e apresente a taxa equivalente ao dia (ano comercial).

Resolução:

Fórmula geral	**HP 12C**
ieq = $[(\sqrt[N]{1 + i})^n - 1]100$	**7,500000 ENTER**
$ieq_{ad} = [(\sqrt[360]{1 + 0{,}075000})^1 - 1]100$	100 ÷
$ieq_{ad} = [(\sqrt[360]{1{,}075000})^1 - 1]100$	1 +
$ieq_{ad} = [(1{,}0000201)^1 - 1]100$	360 1/x y^X
$ieq_{ad} = (1{,}0000201 - 1)100$	1 -
$ieq_{ad} = (0{,}0000201)100$	100 X
ieq = 0,020091% a.d.	**0,020091% a.d.**

b) Considere a taxa de juros de 18,067337% para 999 dias (admita que uma aplicação financeira qualquer tenha gerado este rendimento no prazo dado). Calcule a taxa equivalente de juros para um ano (360 dias).

Resolução:

Fórmula geral	**HP 12C**
ieq = $[(\sqrt[N]{1 + i})^n - 1]100$	**18,067337 ENTER**
$ieq_{aa} = [(\sqrt[999]{1 + 0{,}18067337})^{360} - 1]100$	100 ÷
$ieq_{aa} = [(\sqrt[999]{1{,}18067337})^{360} - 1]100$	1 +
$ieq_{aa} = [(1{,}00016627)^{360} - 1]100$	999 1/x y^X
$ieq_{aa} = (1{,}06167773 - 1)100$	360 y^X
$ieq_{aa} = (0{,}06167773)100$	1 -
ieq = 6,167773% a.a.	100 X
	6,167773% a.a.

c) Uma taxa de juros de 1,507513% a.t. é equivalente a quanto para 273 dias?

Resolução:

Fórmula geral	**HP 12C**
ieq = [($\sqrt[N]{1 + i}$)^n -1]100	**1,507513 ENTER**
Ieq$_{273}$ = [($\sqrt[90]{1 + 0,01507513}$)^{273} -1]100	100 ÷
Ieq$_{273}$ = [($\sqrt[90]{1,01507513}$)^{273} -1]100	1 +
Ieq$_{273}$ = [(1,00016627)^{273} -1]100	90 1/x y^X
Ieq$_{273}$ = (1,0464323 -1)100	273 y^X
Ieq$_{273}$ = (0,0464323)100	1 -
ieq = 4,643230% para 273 dias.	100 X
	4,643230% para 273 dias.

2 JUROS COMPOSTOS

No sistema financeiro em geral, as operações ali realizadas, quer no pólo ativo (aplicações), quer no pólo passivo (empréstimos, tomada de recursos) os cálculos de rendimentos e de encargos são efetuados considerando o regime de capitalização de juros, também denominado de regime exponencial.

A metodologia de cálculo é dada através de fórmulas, descritos logo abaixo. O entendimento do tópico anterior, taxas equivalentes de juros, é fundamental para a resolução das situações que envolvam cálculos de juros compostos ou exponenciais.

Fundamental, para a resolução de qualquer situação que envolva juros compostos, é de unificar as unidades de tempo do prazo e da taxa de juros. As mesmas deverão estar em uma unidade de tempo única. Não há uma regra geral de qual das variáveis deve mudar de unidade de tempo, quando não iguais. Como sugestão, adote, como padrão, a unidade de tempo do prazo e altere a unidade de tempo da taxa de juros para a do prazo.

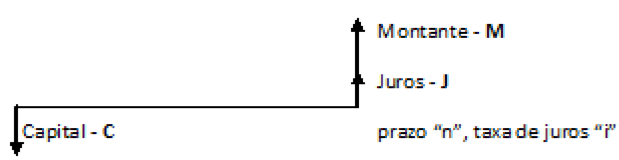
Ainda, a taxa de juros tem que ser indicada na forma unitária, i'. Lembrando que a taxa unitária de juros é obtida pela divisão da taxa de juros percentual por 100. ($i' = i\% \div 100$)

O auxílio de tabelas de fatores (valor do dinheiro no tempo) é bastante útil para a resolução destes cálculos. Também, as calculadoras financeiras nos possibilitam a agilização destes cálculos. Nos modelos a serem apresentados neste tópico, utilizaremos a calculadora financeira HP 12C.

2.1 Equações algébricas – fórmulas

a) $J = C[(1 + i)^n - 1]$
b) $C = J \div (1 + i)^n - 1$
c) $i = [(\sqrt[n]{1+(J \div C)}) - 1]100$
d) $n = \log [(J \div C) + 1] \div \log (1 + i)$

2.2 Interpretação gráfica



2.3 Apresentação de modelos para cálculo

Inicialmente, vamos apresentar um modelo padrão para desenvolvimento dos cálculos. Nele, os valores do capital inicial, da taxa de juros e de prazo, são dados. Quer-se, inicialmente, estabelecer o valor dos juros.

Após, tendo calculado o valor dos juros, retornaremos ao modelo inicial e substituiremos cada variável, determinando-a e, assim, confirmando a exatidão do modelo, visto que os valores encontrados corresponderão ao dado inicial.

Por vezes, na dúvida quanto à exatidão dos valores encontrados, sugere-se a aplicação deste algoritmo para segurança e confiabilidade dos valores encontrados.

Os valores do modelo inicial são os do quadro 7, abaixo:

Quadro 7: modelo inicial

Capital inicial – u.m. **C**	**Prazo** **n**	**Taxa de juros** **i**	**Juros – u.m.** **J**	**Montante** **M**
100,00	3 meses	10,00% a.m.	?	?

A leitura do modelo é dada por: Dado um capital inicial de 100,00 u.m., aplicado por três meses, a uma taxa de juros de 10,00% a.m. Qual o valor dos juros e do montante, em u.m., ao final do período informado?

Retornando ao formulário e substituindo os dados do modelo, para os juros, temos:

Formulário	
$J = C[(1 + i)^n – 1]$	$J = 100{,}00(1{,}3310 – 1)$
$J = 100{,}00[(1 + 0{,}10)^3 – 1]$	$J = 100{,}00(0{,}3310)$
$J = 100{,}00[(1{,}10)^3 – 1]$	**J = 33,10 u.m.**

A calculadora HP 12C não possui um algoritmo para o cálculo dos juros em regime exponencial. Todavia, nos fornece o valor do montante e, como os juros são dados pela diferença entre o montante e o capital inicial, (J = M – C), fica fácil obtermos o valor dos juros. Acompanhe:

n	**i**	**PV**	**PMT**	**FV**	**Juros**
3	10	(100,00)	0,00	133,10	?

Neste momento, temos o montante (FV) e, como queremos os juros, basta que façamos os seguintes comandos:

Visor →	**Tecla (pressionar)**
133,10 →	RCL PV
(100,00) →	+
33,10 u.m.	

Observe que o valor do capital (PV) foi informado com sinal algébrico negativo. Para outros cálculos (valor do dinheiro no tempo e análise de retorno de investimento, por exemplo) é fundamental compreender o mecanismo de fluxo de caixa com que a calculadora processa os dados e retorna os dados. Faz toda a diferença compreender este mecanismo.

Com isto, encontramos o valor dos juros para o modelo dado. Podemos, agora, retornar ao modelo e testar os dados iniciais (prazo, taxa de juros e valor do capital inicial), partindo dos juros.

Capital inicial – u.m. **C**	**Prazo** **n**	**Taxa de juros** **i**	**Juros – u.m.** **J**
?	3 meses	10,00% a.m.	33,10

Acompanhe o desenvolvimento dos cálculos, para definição do valor do capital inicial:

Formulário	
$C = J \div (1 + i)^n – 1$	$C = 33,10 \div (1,3310 – 1)$
$C = 33,10 \div (1 + 0,10)^3 – 1$	$C = 33,10 \div 0,3310$
$C = 33,10 \div (1,10)^3 – 1$	**C = 100,00 u.m.**

Como já comentado a pouco, a calculadora financeira HP 12C não possui um algoritmo para o cálculo do valor dos juros exponenciais. Logo, a princípio, não teríamos como encontrar o valor do capital, da taxa de juros e do prazo, partindo de juros. Isto será mais bem desenvolvido, logo mais, ao explorarmos montante. Assim, não faremos o desenvolvimento dos cálculos utilizando à calculadora.

Para o cálculo da taxa de juros, assumindo os valores do modelo inicial e do valor dos juros, temos:

Capital inicial – u.m. **C**	**Prazo** **n**	**Taxa de juros** **i**	**Juros – u.m.** **J**
100,00	3 meses	?	33,10

Formulário	$i = [(^3\sqrt{1,3310}) -1]100$
$i = [(^n\sqrt{1+(J \div C)}) -1]100$	$i = (1, 10 -1)100$
$i = [(^3\sqrt{1+(33,10 \div 100,00)}) -1]100$	$i = (0, 10)100$
$i = [(^3\sqrt{1+(0,3310)}) -1]100$	**i = 10,00% a.m.**

Na sequência, podemos estabelecer qual foi o prazo, com base nos juros gerados. Acompanhe:

Capital inicial – u.m. **C**	**Prazo** **n**	**Taxa de juros** **i**	**Juros – u.m.** **J**
100,00	?	10,00% a.m.	33,10

Formulário	
n = log [(J ÷ C) + 1] ÷ log (1 + i)	n = log (1,3310) ÷ log (1,10)
n = log [(33,10 ÷ 100,00) + 1] ÷ log (1 + 0,10)	n = 0,12417806 ÷ 0,04139269
n = log (0,3310 + 1) ÷ log (1,10)	**n = 3 meses**

2.4 Modelos para prática e fixação

Visto, através de um modelo apresentado acima, que podemos “rodar” as variáveis a partir de um dado inicial e, sempre retornar – confirmar – as mesmas, sugere-se a prática, através da resolução dos exercícios seguintes:

a) Um investidor aplicou parte dos seus recursos em um investimento por três quadrimestres e a taxa de juros que auferiu foi de 3,03010% a.t. O valor do investimento inicial foi de 500.000,00 u.m. Qual o valor dos juros ao final do prazo da aplicação? Após o cálculo dos juros, “rode” as variáveis, testando – fechando, confirmando - os valores informados inicialmente de cada uma delas.

A resolução passa, evidentemente, pelo ajuste de alguns dados do modelo. Acompanhe:

Dados informados	**Dados ajustados**
Prazo = 3 quadrimestres	= 1 ano
Taxa = 3,03010 % a.t.	= 12,682503% a.a.

Por que disto? A unidade de tempo do prazo e da taxa de juros tem que ser a mesma. E, como o prazo da aplicação corresponde a um ano e os rendimentos serão pagos ao final deste prazo, a taxa de juros deverá estar expressa neste período, ano.

Agora, temos condições de encontrar o que se procura. Os juros auferidos.

Capital inicial – u.m. **C**	**Prazo** **n**	**Taxa de juros** **i**	**Juros – u.m.** **J**
500.000,00	1 ano	12,682503% a.a.	?

Formulário	
$J = C[(1 + i)^n – 1]$	J = 500.000,00(1,12682503 – 1)
$J = 500.000,00[(1 + 0,12682503)^1 – 1]$	J = 500.000,00(0,12682503)
$J = 500.000,00[(1,12682503)^1 – 1]$	**J = 63.412,52 u.m.**

Alternando a incógnita e procurando o capital, considerando o valor dos juros, temos:

Capital inicial – u.m. **C**	**Prazo** **n**	**Taxa de juros** **i**	**Juros – u.m.** **J**
?	1 ano	12,682503% a.a.	63.412,52

Formulário	
$C = J \div (1 + i)^n - 1$	$C = 63.412,52 \div (1,12682503 - 1)$
$C = 63.412,52 \div (1 + 0,12682503)^1 - 1$	$C = 63.412,52 \div 0,12682503$
$C = 63.412,52 \div (1,12682503)^1 - 1$	**C = 500.000,00 u.m.**

Estabelecendo a taxa de juros, a partir do valor dos juros, temos:

Capital inicial – u.m. **C**	**Prazo** **n**	**Taxa de juros** **i**	**Juros – u.m.** **J**
500.000,00	1 ano	?	63.412,52

Formulário	$i = [(\sqrt[1]{1,12682503}) -1]100$
$i = [(\sqrt[n]{1+(J \div C)}) -1]100$	$i = (1,12682503 -1)100$
$i = [(\sqrt[1]{1+(63.412,52 \div 500.000,00)}) -1]100$	$i = (0,12682503)100$
$i = [(\sqrt[1]{1+(0,12682503)}) -1]100$	**i = 12,682503% a.a.**

Estabelecendo o prazo, a partir do valor dos juros, temos:

Capital inicial – u.m. **C**	**Prazo** **n**	**Taxa de juros** **i**	**Juros – u.m.** **J**
500.000,00	?	12,682503% a.a.	63.412,52

Formulário	
$n = \log [(J \div C) + 1] \div \log (1 + i)$	$n = \log (1,12682504) \div \log (1,12682503)$
$n = \log [(63.412,52 \div 500.000,00) + 1] \div \log (1 + 0,12682503)$	$n = 0,05185649 \div 0,05185649$
$n = \log (0,12682504 + 1) \div \log (1,12682503)$	**n = 1 ano.**

b) Uma aplicação financeira foi feita pelo prazo de 99 dias. A taxa de juros, em regime exponencial foi de 0,50% a.m. Os juros auferidos ao final deste período foram de 829,75 u.m. Determine o capital aplicado. Após, “rode” todas as variáveis, confirmando o valor de cada uma do modelo inicial.

A resolução passa, evidentemente, pelo ajuste de alguns dados do modelo. Acompanhe:

Dados informados	**Dados ajustados**
Prazo = 99 dias	= 99 dias
Taxa = 0,50 % a.m.	= 0,01662650% a.d.

Por que disto? A unidade de tempo do prazo e da taxa de juros tem que ser a mesma. E, como o prazo da aplicação corresponde a 99 dias e os rendimentos serão pagos ao final deste prazo, a taxa de juros deverá estar expressa neste período, dias.

Agora, temos condições de encontrar o que se procura. O valor do capital, do investimento inicial.

Capital inicial – u.m. C	**Prazo n**	**Taxa de juros i**	**Juros – u.m. J**
?	99 dias	0,01662650% a.d.	829,75

Formulário	
$\mathbf{C = J \div (1 + i)^n - 1}$	$C = 829{,}75 \div (1{,}016595060 - 1)$
$C = 829{,}75 \div (1 + 0{,}000166265)^{99} - 1$	$C = 829{,}75 \div 0{,}016595060$
$C = 829{,}75 \div (1{,}000166265)^{99} - 1$	**C = 50.000,00**

Estabelecendo a taxa de juros, considerando o valor dos juros, temos:

Capital inicial – u.m. C	**Prazo n**	**Taxa de juros i**	**Juros – u.m. J**
50.000,00	99 dias	?	829,75

Formulário	$i = [(\sqrt[99]{1{,}016595}) - 1]100$
$\mathbf{i = [(\sqrt[n]{1+(J \div C)}) - 1]100}$	$i = (1{,}000166264 - 1)100$
$i = [(\sqrt[99]{1+(829{,}75 \div 50.000{,}00)}) - 1]100$	$i = (0{,}000166264)100$
$i = [(\sqrt[99]{1+(0{,}016595)}) - 1]100$	**i = 0,0166264% a.d. ⟹ 0,50% a.m.**

Estabelecendo o prazo, a partir do valor dos juros, temos:

Capital inicial – u.m. **C**	**Prazo** **n**	**Taxa de juros** **i**	**Juros – u.m.** **J**
50.000,00	?	0,0166264% a.d	829,75

Formulário	
n = log [(J ÷ C) + 1] ÷ log (1 + i)	n = log (1,016595) ÷ log (1,000166264)
n = log [(829,75÷ 50.000,00) + 1] ÷ log (1 + 0,000166264)	n = 0,007148 ÷ 0,000072202
n = log (0,016595 + 1) ÷ log (1,000166264)	**n = 99 dias.**

c) Determinada operação de empréstimo para aquisição de bens duráveis, foi realizada por 720 dias. Os encargos foram pagos ao final da operação e importaram em 68.496,09 u.m. O valor do empréstimo foi de 375.000,00 u.m. Qual foi a taxa de juros anual desta operação? Após, "rode" todas as variáveis de forma a confirmar os dados iniciais do modelo dado.

A resolução passa, evidentemente, pelo ajuste de alguns dados do modelo. Acompanhe:

Dados informados	**Dados ajustados**
Prazo = 720 dias	= 2 anos
Taxa = % a.a.	= ? % a.a.

Por que disto? A unidade de tempo do prazo e da taxa de juros tem que ser a mesma. E, como o prazo da operação de empréstimo corresponde a 2 anos e os encargos foram pagos ao final deste prazo, ajustamos para ano todas as unidades de tempo.

Agora, temos condições de encontrar o que se procura. A taxa de juros do empréstimo.

Capital inicial – u.m. **C**	**Prazo** **n**	**Taxa de juros** **i**	**Juros – u.m.** **J**
375.000,00	2 anos	? % a.a.	68.496,09

Formulário	i = [(^{2}√1,18265625) -1]100
i = [(^{n}√1+(J ÷ C)) -1]100	i = (1,0875 -1)100
i = [(^{2}√1+(68.496,09 ÷ 375.000,00)) -1]100	i = (0,0875)100
i = [(^{2}√1+(0,18265625)) -1]100	**i = 8,75% a.a.**

Estabelecendo o prazo, considerando o valor dos juros, temos:

Capital inicial – u.m. **C**	**Prazo** **n**	**Taxa de juros** **i**	**Juros – u.m.** **J**
375.000,00	?	8,75% a.a.	68.496,09

Formulário	
n = log [(J ÷ C) + 1] ÷ log (1 + i)	n = log (1,18265624) ÷ log (1,0875)
n = log [(68.496,09÷ 375.000,00) + 1] ÷ log (1 + 0,0875)	n = 0,07285853 ÷ 0,03642927
n = log [(0,18265624) + 1] ÷ log (1,0875)	**n = 2 anos.**

Estabelecendo o capital inicial – empréstimo -, considerando o valor dos juros, temos:

Capital inicial – u.m. **C**	**Prazo** **n**	**Taxa de juros** **i**	**Juros – u.m.** **J**
?	2 anos	8,75% a.a.	68.496,09

Formulário	
C = J ÷ (1 + i)^n – 1	C = 68.496,09 ÷ (1,18265625 – 1)
C = 68.496,09 ÷ (1 + 0,0875)^2 – 1	C = 68.496,09 ÷ 0,18265625
C = 68.496,09 ÷ (1,0875)^2 – 1	**C = 375.000,00 u.m.**

2.5 Montante

Entende-se como montante, o somatório de juros – ou encargos - e do capital inicial. Lembrando que os juros são frutos de um capital, prazo e taxa de juros. Assim, definimos montante como capital acrescido dos juros.

O princípio de que as unidades de tempo do prazo e da taxa de juros devem ser iguais, prevalece. A não observância deste princípio distorce e induz a erros dos valores e dados calculados e de interpretação dos mesmos.

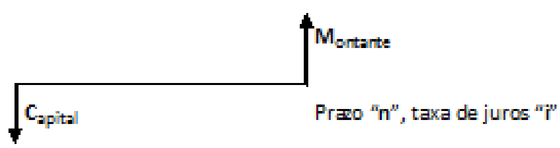
Para o cálculo de montante, a calculadora financeira HP 12C é de extrema valia, nos auxiliando e agilizando os cálculos necessários.

2.6 Equações algébricas – fórmulas

Para a resolução de situações de montante, podemos nos valer de algumas equações algébricas – fórmulas, conforme abaixo:

a) $M = C + J$
b) $M = C(1 + i)^n$
c) $C = M \div (1 + i)^n$
d) $i = ({}^{n}\surd M \div C) - 1$
e) $n = \log(M \div C) \div \log(1 + i)$

2.7 Interpretação gráfica



2.8 Apresentação de modelo para cálculo

Inicialmente, vamos apresentar um modelo padrão para desenvolvimento dos cálculos. Nele, os valores do capital inicial, da taxa de juros e de prazo, são dados. Quer-se, inicialmente, estabelecer o valor do montante.

Após, tendo calculado o valor do montante, retornaremos ao modelo inicial e substituiremos cada variável, determinando-a e, assim, confirmando a exatidão do modelo, visto que os valores encontrados corresponderão ao dado inicial.

Por vezes, na dúvida quanto à exatidão dos valores encontrados, sugere-se a aplicação deste algoritmo para segurança e confiabilidade dos valores encontrados.

Os valores do modelo inicial são os do quadro 8, abaixo:

Quadro 8: modelo para cálculo inicial

Capital inicial – u.m. **C**	**Prazo** **n**	**Taxa de juros** **i**	**Montante – u.m.** **M**
100,00	3 meses	10,00% a.m.	?

A leitura do modelo é dada por: Dado um capital inicial de 100,00 u.m., aplicado por três meses, a uma taxa de juros de 10,00% a.m., qual o valor do montante, em u.m., ao final do período informado?

Retornando ao formulário e substituindo os dados do modelo, para o montante, temos:

Formulário	
$\mathbf{M = C(1 + i)^n}$	M = 100,00(1,3310)
$M = 100{,}00(1 + 0{,}10)^3$	
$M = 100{,}00(1{,}10)^3$	**M = 133,10 u.m.**

A calculadora HP 12C possui um algoritmo para o cálculo do valor do montante e, assim, fica fácil obtermos o valor do mesmo. Acompanhe:

n	**i**	**PV**	**PMT**	**FV**
3	10	(100,00)	0,00	?

Basta introduzir os valores em cada tecla e, na sequência, pressionar a que se deseja conhecer. No presente caso, o montante (FV).

Dado	**Tecla (pressionar)**	**Visor**
3	**n**	**3,00**
10	**i**	**10,00**
100	**CHS PV**	**(100,00)**
0	**PMT**	**0,00**
	FV	**133,10**

Observe que o valor do capital (PV) foi informado com sinal algébrico negativo. Já apresentamos as razões disto.

Agora, podemos "rodar" todas as variáveis e, sempre, retornar ao ponto inicial do modelo dado. Assim, manteremos fixos os dados do modelo, apenas mudando uma das variáveis.

Admita, então, que estamos procurando o capital que resultou no montante calculado acima.

Capital inicial – u.m. **C**	**Prazo** **n**	**Taxa de juros** **i**	**Montante– u.m.** **M**
?	3 meses	10,00% a.m.	133,10

Acompanhe o desenvolvimento dos cálculos, para definição do valor do capital inicial:

Formulário	
$C = M \div (1 + i)^n$	$C = 133{,}10 \div (1{,}3310)$
$C = 133{,}10 \div (1 + 0{,}10)^3$	
$C = 133{,}10 \div (1{,}10)^3$	**C = 100,00 u.m.**

Com o uso da calculadora financeira HP 12C, temos:

Dado	Tecla (pressionar)	Visor
3	**n**	**3,00**
10	**i**	**10,00**
133,10	**FV**	**133,10**
0	**PMT**	**0,00**
	PV	**(100,00)**

Para o cálculo da taxa de juros, assumindo os valores do modelo inicial e do valor do montante, temos:

Capital inicial – u.m. C	Prazo n	Taxa de juros i	Montante – u.m. M
100,00	3 meses	?	133,10

Formulário	
$i = (\sqrt[n]{M \div C}) - 1$	$i' = (1{,}10 - 1)100$
$i' = (\sqrt[3]{133{,}10 \div 100{,}00}) - 1$	$i' = (0{,}10)100$
$i' = (\sqrt[3]{1{,}3310}) - 1$	**i = 10,00% a.m.**

Com o uso da calculadora financeira HP 12C, temos:

Dado	Tecla (pressionar)	Visor
3	**n**	**3,00**
100	**CHS PV**	**(100,00)**
0	**PMT**	**0,00**
133,10	**FV**	**133,10**
	i	**10,00**

Na sequência, podemos estabelecer qual foi o prazo, com base no montante gerado. Acompanhe:

Capital inicial – u.m. C	Prazo n	Taxa de juros i	Montante – u.m. M
100,00	?	10,00% a.m.	133,10

Formulário	
n = log(M ÷ C) ÷ log(1 + i)	n = 0,124178 ÷0,041393
n = log(133,10 ÷ 100,00) ÷ log(1 + 0,10)	
n = log(1,3310) ÷ log(1,10)	**n = 3 meses.**

Com o uso da calculadora financeira HP 12C, temos:

Dado	Tecla (pressionar)	Visor
10	**i**	**10,00**
100	**CHS PV**	**(100,00)**
0	**PMT**	**0,00**
133,10	**FV**	**133,10**
	n	**3**

2.9 Modelos para prática e fixação

Visto, através de um modelo apresentado acima, que podemos "rodar" as variáveis a partir de um dado inicial e, sempre retornar – confirmar – as mesmas, sugere-se a prática, através da resolução dos exercícios seguintes:

a) Um investidor aplicou parte dos seus recursos em um investimento por dois semestres e a taxa de juros que auferiu foi de 4,060401% a.q. O valor do investimento inicial foi de 500.000,00 u.m. Qual o valor do montante ao final do prazo da aplicação? Após o cálculo do montante, "rode" as variáveis, testando – fechando, confirmando - os valores informados inicialmente de cada uma delas.

A resolução passa, evidentemente, pelo ajuste de alguns dados do modelo. Acompanhe:

Dados informados	**Dados ajustados**
Prazo = 2 semestres	= 1 ano
Taxa = 4,060401 % a.q.	= 12,682503% a.a.

Por que disto? A unidade de tempo do prazo e da taxa de juros tem que ser a mesma. E, como o prazo da aplicação corresponde a um ano e os rendimentos serão pagos ao final deste prazo, a taxa de juros deverá estar expressa neste período de tempo, ano.
Agora, temos condições de encontrar o que se procura. O montante auferido.

Capital inicial – u.m. C	**Prazo n**	**Taxa de juros i**	**Montante – u.m. M**
500.000,00	1 ano	12,682503% a.a.	**?**

Formulário	
$M = C(1 + i)^n$	$M = 500.000,00(1,12682503)$
$M = 500.000,00(1 + 0,12682503)^1$	
$M = 500.000,00(1,12682503)^1$	**M = 563.412,52 u.m.**

Com o uso da calculadora financeira HP 12C, temos:

Dado	Tecla (pressionar)	Visor
1	**n**	**1,00**
12,682503	**i**	**12,68**
500.000,00	**CHS PV**	**(500.000,00)**
0	**PMT**	**0,00**
	FV	**563.412,52**

Alternando a incógnita e procurando o capital, temos:

Capital inicial – u.m. C	**Prazo n**	**Taxa de juros i**	**Montante – u.m. M**
?	1 ano	12,682503% a.a.	563.412,52

Formulário	
$C = M \div (1 + i)^n$	$C = 563.412,52 \div (1,12682503)$
$C = 563.412,52 \div (1 + 0,12682503)^1$	
$C = 563.412,52 \div (1,12682503)^1$	**C = 500.000,00 u.m.**

Com o uso da calculadora financeira HP 12C, temos:

Dado	Tecla (pressionar)	Visor
1	**n**	**1,00**
12,682503	**i**	**12,68**
0	**PMT**	**0,00**
563.412,52	**FV**	**563.412,52**
	PV	**(500.000,00)**

Agora, definindo a taxa de juros, com base no montante:

Formulário	
$i = (\sqrt[n]{M} \div C) - 1$	$i' = (1{,}12682503 - 1)\ 100$
$i' = (\sqrt[1]{563.412{,}52} \div 500.000{,}00) - 1$	$i' = (0{,}12682503)\ 100$
$i' = (\sqrt[1]{1{,}12682503}) - 1$	**i = 12,682503% a.a.**

Com o uso da calculadora financeira HP 12C, temos:

Dado	Tecla (pressionar)	Visor
1	**n**	**1,00**
500.000,	**CHS PV**	**(500.000,00)**
0	**PMT**	**0,00**
563.412,52	**FV**	**563.412,52**
	i	**12,682503 (f6)**

Calculando o prazo, com base no montante:

Formulário	
$n = \log(M \div C) \div \log(1 + i)$	$n = 0{,}051856 \div 0{,}051856$
$n = \log(563.412{,}52 \div 500.000{,}00) \div \log(1 + 0{,}12682503)$	
$n = \log(1{,}12682503) \div \log(1{,}12682503)$	**n = 1 ano.**

Com o uso da calculadora financeira HP 12C, temos:

Dado	Tecla (pressionar)	Visor
12,682503	**i**	**12,68**
500.000,00	**CHS PV**	**(500.000,00)**
0	**PMT**	**0,00**
563.412,52	**FV**	**563.412,52**
	n	**1,00**

b) Uma aplicação financeira foi feita pelo prazo de 99 dias. A taxa de juros, em regime exponencial foi de 0,50% a.m. Os juros auferidos ao final deste período foram de 829,75 u.m. e montante foi de 50.829,75 Determine o capital aplicado. Após, "rode" todas as variáveis, confirmando o valor de cada uma do modelo inicial.

A resolução passa, evidentemente, pelo ajuste de alguns dados do modelo. Acompanhe:

Dados informados	**Dados ajustados**
Prazo = 99 dias	= 99 dias
Taxa = 0,50 % a.m.	= 0,01662650% a.d.
Montante = Capital + Juros M = C + J	C = M - J

Por que disto? A unidade de tempo do prazo e da taxa de juros tem que ser a mesma. E, como o prazo da aplicação corresponde a 99 dias e os rendimentos serão pagos ao final deste prazo, a taxa de juros deverá estar expressa neste período de tempo, dias.

Agora, temos condições de encontrar o que se procura. O valor do capital, do investimento inicial. Acompanhe:

Capital inicial – u.m. **C**	**Prazo** **n**	**Taxa de juros** **i**	**Juros – u.m.** **J**	**Montante** **M**
?	99 dias	0,01662650% a.d.	829,75	50.829,75

Com os dados iniciais, já temos condições de apurar o capital inicial. Observe:

Formulário	
M = C + J	C = 50.829,75 – 829,75
C = M – J	**C = 50.000,00 u.m.**

Todavia, podemos calcular o que se pede, o capital, pela fórmula do montante. Acompanhe:

C = M ÷ (1 + i)^n	
C = 50.829,75 ÷ (1 + 0,0001662650)^{99}	C = 50.829,75 ÷ (1,016595060)
C = 50.829,75 ÷ (1,0001662650)^{99}	**C = 50.000,00 u.m.**

Com o uso da calculadora financeira HP 12C, temos:

Dado	Tecla (pressionar)	Visor
99	**n**	**99,00**
0,01662650	**i**	**0,02**
0	**PMT**	**0,00**
50.829,75	**FV**	**50.829,75**
	PV	**(50.000,00)**

Tendo calculado o capital, podemos calcular a taxa de juros com base no montante.

Capital inicial – u.m. C	Prazo n	Taxa de juros i	Montante M
50.000,00	99 dias	**?** % a.m.	50.829,75

Formulário	
i = ($\sqrt[n]{M \div C}$) -1	i' = (1,00016626595 -1)
i' = ($\sqrt[99]{50.829,75 \div 50.000,00}$) -1	i = 0,00016626(100)
i' = ($\sqrt[99]{1,016595}$) -1	**i = 0,01662650% a.d. ⇨ 0,50% a.m.**

Com o uso da calculadora financeira HP 12C, temos:

Dado	Tecla (pressionar)	Visor
99	**n**	**99,00**
50.000,00	**CHS PV**	**(50.000,00)**
0	**PMT**	**0,00**
50.829,75	**FV**	**50.829,75**
	i	**0,01662640 % a.d. ⇨ 0,50% a.m.**

Na sequência, podemos calcular o prazo da operação, considerando o montante.

Capital inicial – u.m. C	Prazo n	Taxa de juros i	Montante M
50.000,00	**?** dias	0,01662650% a.d.	50.829,75

Formulário	
n = log(M ÷ C) ÷ log(1 + i)	n = 0,007147969 ÷ 0,000072202
n = log(50.829,75 ÷ 50.000,00) ÷ log(1 + 0,0001662650)	
n = log(1,016595) ÷ log(1,0001662650)	**n = 99 dias.**

Com o uso da calculadora financeira HP 12C, temos:

Dado	Tecla (pressionar)	Visor
0,01662640	**i**	**0,02**
50.000,00	**CHS PV**	**(50.000,00)**
0	**PMT**	**0,00**
50.829,75	**FV**	**50.829,75**
	n	**99 dias.**

E, qual foi o montante gerado?

Capital inicial – u.m. C	Prazo n	Taxa de juros i	Montante M
50.000,00	99 dias	0,50% a.m. 0,01662650% a.d.	**?**

Formulário	
$\mathbf{M = C(1 + i)^n}$	$M = 50.000,00(1,016595060)$
$M = 50.000,00(1 + 0,0001662650)^{99}$	
$M = 50.000,00(1,0001662650)^{99}$	**M = 50.829,75 u.m.**

Com o uso da calculadora financeira HP 12C, temos:

Dado	Tecla (pressionar)	Visor
99	**n**	**99,00**
0,01662650	**i**	**0,02**
50.000,00	**CHS PV**	**(50.000,00)**
0	**PMT**	**0,00**
	FV	**50.829,75 u.m.**

c) Determinada operação de empréstimo para aquisição de bens duráveis foi realizada por 720 dias. Os encargos foram pagos ao final da operação e importaram em 68.496,09 u.m. O valor do empréstimo foi de 375.000,00 u.m. Qual foi a taxa de juros anual desta operação? Após, “rode” todas as variáveis de forma a confirmar os dados iniciais do modelo dado.

A resolução passa, evidentemente, pelo ajuste de alguns dados do modelo. Acompanhe:

Dados informados	**Dados ajustados**
Prazo = 720 dias	= 2 anos
Montante: Capital + juros	Montante = 443.496,09 u.m.
Taxa = x % a.a.	= ? % a.a.

Por que disto? A unidade de tempo do prazo e da taxa de juros tem que ser a mesma. E, como o prazo da operação de empréstimo corresponde a 2 anos e os encargos foram pagos ao final deste prazo, ajustamos para ano todas as unidades de tempo.
Agora, temos condições de encontrar o que se procura. A taxa de juros do empréstimo.

Capital inicial – u.m. **C**	**Prazo** **n**	**Taxa de juros** **i**	**Montante – u.m.** **M**
375.000,00	2 anos	**?** % a.a.	443.496,09

Formulário	$i' = (1{,}0875 - 1)$
$\mathbf{i = (\sqrt[n]{M \div C}) - 1}$	$i = (0{,}0875)100$
$i' = (\sqrt[2]{443.496{,}09 \div 375.000{,}00}) - 1$	
$i' = (\sqrt[2]{1{,}182656}) - 1$	**i = 8,75% a.a.**

Com o uso da calculadora financeira HP 12C, temos:

Dado	Tecla (pressionar)	Visor
2	**n**	**2,00**
375.000,00	**CHS PV**	**(375.000,00)**
0	**PMT**	**0,00**
443.496,09	**FV**	**443.496,09**
	i	**8,75 % a.a.**

Estabelecendo o prazo, a partir do montante, temos:

Capital inicial – u.m. **C**	**Prazo** **n**	**Taxa de juros** **i**	**Montante – u.m.** **M**
375.000,00	**?** anos	8,75 % a.a.	443.496,09

Formulário	
$\mathbf{n = \log(M \div C) \div \log(1 + i)}$	$n = 0{,}07285853 \div 0{,}03642927$
$n = \log(443.496{,}09 \div 375.000{,}00) \div \log(1 + 0{,}0875)$	
$n = \log(1{,}18265624) \div \log(1{,}0875)$	**n = 2 anos.**

Com o uso da calculadora financeira HP 12C, temos:

Dado	**Tecla (pressionar)**	**Visor**
8,75	**i**	**8,75**
375.000,00	**CHS PV**	**(375.000,00)**
0	**PMT**	**0,00**
443.496,09	**FV**	**443.496,09**
	n	**2 anos.**

Estabelecendo o capital, a partir do montante, temos:

Capital inicial – u.m. **C**	**Prazo** **n**	**Taxa de juros** **i**	**Montante – u.m.** **M**
?	2 anos	8,75 % a.a.	443.496,09

Formulário	
$C = M \div (1 + i)^n$	$C = 443.496{,}09 \div (1{,}18265625)$
$C = 443.496{,}09 \div (1 + 0{,}0875)^2$	
$C = 443.496{,}09 \div (1{,}0875)^2$	**C = 375.000,00 u.m.**

Com o uso da calculadora financeira HP 12C, temos:

Dado	**Tecla (pressionar)**	**Visor**
2	**n**	**2,00**
8,75	**i**	**8,75**
0	**PMT**	**0,00**
443.496,09	**FV**	**443.496,09**
	PV	**(375.000,00)**

Pelos modelos apresentados, percebemos que os cálculos envolvendo juros compostos – exponenciais - e montante, não são tão complexos quando fazemos a devida interpretação gráfica ou, algébrica, e partimos para a sua resolução.

A maior dificuldade está no domínio e entendimento de taxas de juros equivalentes e a sua relação com as unidades de tempo do enunciado.

Também, é necessário o conhecimento, mesmo que básico, de radiciação, potenciação e logaritmo para a resolução de algumas incógnitas ou situações pontuais dos enunciados.

3 AMORTIZAÇÃO DE CAPITAL

Neste tópico, serão apresentados dois dos diversos sistemas de amortização de capital. A opção pelos dois sistemas deve-se a uma questão prática. São os dois sistemas de amortização de capitais mais utilizados no sistema financeiro nacional.

Inicialmente, será apresentado o Sistema de Amortização Constante – SAC – ou método Hamburguês. Este sistema é o de uso corrente nas operações do Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social – BNDES e, também, em algumas operações do sistema de financiamento habitacional, capitaneada pela Caixa Econômica Federal – CEF.

O outro, denominado de sistema francês de amortização – Tabela Price é o de ampla utilização pelo sistema financeiro nacional em suas operações ativas e passivas. O comércio e a indústria, em suas atividades de compra e venda a prazo, também o utilizam amplamente.

3.1 Da premissa dos métodos

Amortização nos dá a ideia de pagamento, de retorno, de devolução de algo emprestado.
Os empréstimos e financiamentos, em sua grande maioria, são devolvidos a longo prazo e englobam parcelas de capital e de encargos, os juros.

Essa distribuição entre capital e encargos, nas parcelas, em cada um dos dois sistemas de amortização de capital é bem distinta.

No sistema de amortização constante – SAC -, a parcela de capital é constante, fixa ao longo de todo o tempo do prazo contratual enquanto que o valor total dos desembolsos – a anuidade - é decrescente. Já, no sistema de amortização francês ou Price, as parcelas de capital são ascendentes enquanto o valor total dos desembolsos – as anuidades - é constante.

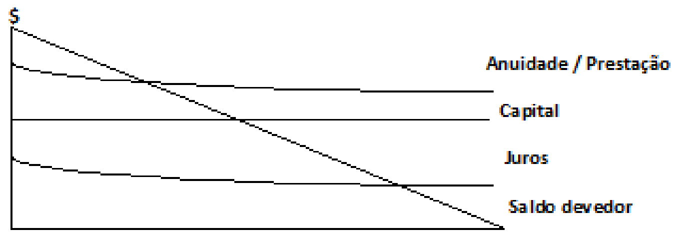
Apresentando cada sistema de amortização por vez, temos:

3.2 Sistema de amortização de constante – SAC – Método Hamburguês

Conforme já discorrido, é amplamente utilizado pelo BNDES (FINAME) e CEF (Imobiliário). Surgiu no norte da Alemanha, em torno do século XV, na região do porto de Hamburgo. A sua concepção é bastante simples, pois parte do rateio – divisão - uniforme do valor do capital pelo prazo de amortização e, em cada parcela, são acrescidos os encargos financeiros do saldo devedor existente no ato do pagamento da mesma.

A calculadora financeira HP 12C não apresenta um algoritmo de cálculo para estabelecer os respectivos valores. Necessário, portanto, estabelecer os valores com a utilização de uma planilha, apurando os valores intermediários e plotando os mesmos nesta.

3.3 Representação gráfica



Ao fazermos uma análise do comportamento de cada curva, verificamos que a relativa ao capital é uma reta, sendo, portanto, constante. Daí, o nome do método.

As curvas de juros e de anuidade/prestação são declinantes. Lembrando que a curva de anuidade é a somatória da curva (reta) de capital e de juros.

O saldo devedor, que é o valor do empréstimo (capital inicial) apresenta-se como uma reta, zerando o seu valor junto à última parcela – prazo -.

3.4 Fórmulas de cálculo

$K = PV \div n$
$J_n = SD_{n-1} \cdot i'$
$PMT_n = K_n + J_n$
$SD_n = SD_{n-1} - K_n$

K	n	J	PMT	SD
Capital, principal	**Número de amortizações no período.**	**Juros**	**Anuidade, prestação.**	**Saldo devedor**

3.5 Modelo básico para cálculo

Admita que certo empréstimo fosse concedido nas seguintes condições: Prazo do empréstimo: Cinco anos; amortizações anuais, encargos de 10,00% a.a., valor do empréstimo de 100.000,00 u.m., anuidades postecipadas, sem carência.

Antes da elaboração da planilha de amortização do empréstimo, porém, cabem alguns ajustes:

Enunciado	**Ajustes**
Prazo: 5 anos	Amortizações anuais: 5 anuidades

Feitos os ajustes, elabora-se a planilha, conforme abaixo:

Prazo "n"	**Capital K**	**Juros J**	**Prestação PMT**	**Saldo devedor SD**
0	**-**	**-**	**-**	**100.000,00**
1	**20.000,00**	**10.000,00**	**30.000,00**	**80.000,00**
2	**20.000,00**	**8.000,00**	**28.000,00**	**60.000,00**
3	**20.000,00**	**6.000,00**	**26.000,00**	**40.000,00**
4	**20.000,00**	**4.000,0**	**24.000,00**	**20.000,00**
5	**20.000,00**	**2.000,00**	**22.000,00**	**0,00**
∑	**100.000,00**	**30.000,00**	**130.000,00**	

Observe, agora, o comportamento de cada variável (K,J,PMT e SD) com o gráfico teórico apresentado a pouco, em 3.3.

Ainda, para melhor entendimento de como foram extraídos cada um dos valores da planilha acima, acompanhe:

Para capital – K:

K	**PV**	**n**	**K = PV ÷ n**
$K_{1,2,3,4,5.}$	100.000,00	5	**20.000,00**

Para Juros – J:

Para n = 1, temos:

$J_n = SD_{n-1} \, . \, i'$	
$J_1 = SD_{1-1} \, . \, 0{,}10$	$J_1 = 100.000{,}00(0{,}10)$
$J_1 = SD_0 \, . \, 0{,}10$	$J_1 =$ **10.000,00 u.m.**

Juros do período "n"	**SD**	**i'**	$J_n = SD_{n-1} \, . \, i'$
J_0	-	-	-
J_1	100.000,00	0,10	**10.000,00**
J_2	80.000,00	0,10	**8.000,00**
J_3	60.000,00	0,10	**6.000,00**
J_4	40.000,00	0,10	**4.000,00**
J_5	20.000,00	0,10	**2.000,00**

Para anuidade – PMT:

Para n = 1, temos:

$PMT_n = K_n + J_n$	PMT_1= 20.000,00 + 10.000,00
$PMT_1 = K_1 + J_1$	**PMT_1= 30.000,00 u.m.**

PMT "n"	K	J	$PMT_n = K_n + J_n$
PMT_0	-	-	-
PMT_1	20.000,00	10.000,00	**30.000,00**
PMT_2	20.000,00	8.000,00	**28.000,00**
PMT_3	20.000,00	6.000,00	**26.000,00**
PMT_4	20.000,00	4.000,00	**24.000,00**
PMT_5	20.000,00	2.000,00	**22.000,00**

Para saldo devedor – SD:

Para n = 1, temos:

$SD_n = SD_{n-1} - K_n$	
$SD_1 = SD_{1-1} – K_1$	SD_1 = 100.000,00 – 20.000,00
$SD_1 = SD_0 – K_1$	**SD_1 = 80.000,00 u.m.**

SD "n"	K	$SD_n = SD_{n-1} - K_n$
SD_0	-	**100.000,00**
SD_1	20.000,00	**80.000,00**
SD_2	20.000,00	**60.000,00**
SD_3	20.000,00	**40.000,00**
SD_4	20.000,00	**20.000,00**
SD_5	20.000,00	**0,00**

Se observarmos, veremos que o cálculo dos juros é decrescente em um valor fixo, como também, do valor da anuidade e do saldo devedor.

Assim, tendo calculado dois períodos de juros, podemos calcular o valor de juros das demais parcelas pela diferença das duas primeiras. Isto ocorre, porque o sistema de amortização constante segue uma progressão aritmética, sendo os juros a razão da P.A.

3.6 Modelos para prática e fixação

Tendo sido explorado um modelo de forma bem detalhada, apresenta-se outros três para fixação.

a) Um agricultor ao contratar uma operação de financiamento de um implemento agrícola o fez nas seguintes condições: Valor do implemento: 650.000,00 u.m.; entrada com recursos próprios de 45% do valor do implemento; prazo do financiamento 1080 dias, juros semestrais de 5%. As amortizações são semestrais, sem carência, anuidades postecipadas. Elabore a planilha de pagamento com base no sistema de amortização constante.

Antes da elaboração da planilha de amortização do empréstimo, porém, cabem alguns ajustes:

Enunciado	**Ajustes**
Prazo: 1080 dias = 3 anos	Amortizações semestrais: 6 anuidades
Valor do financiamento: 650.000,00(0,55)	Valor do financiamento: 357.500,00 u.m.
Encargos: Semestrais	Encargos: 5% a.s.

Feitos os ajustes, elabora-se a planilha, conforme abaixo:

Prazo "n"	**Capital K**	**Juros J**	**Prestação PMT**	**Saldo devedor SD**
0	**-**	**-**	**-**	**357.500,00**
1	**59.583,33**	**17.875,00**	**77.458,33**	**297.916,67**
2	**59.583,33**	**14.895,83**	**74.479,16**	**238.333,34**
3	**59.583,33**	**11.916,67**	**71.500,00**	**178.750,01**
4	**59.583,33**	**8.937,50**	**68.520,83**	**119.166,68**
5	**59.583,33**	**5.958,33**	**65.541,66**	**59.583,35**
6	**59.583,35**	**2.979,17**	**62.562,50**	**0,00**
∑	**357.500,00**	**62.562,50**	**420.062.50**	

b) Uma concessionária de caminhões fez uma proposta de venda a um cliente, ofertando uma linha de financiamento com as seguintes condições: Valor do caminhão: 400.000,00 u.m., prazo para pagamento de três semestres, amortizações a cada 1/4 de ano, custo financeiro final de 3% a.t., sem carência e anuidades postecipadas. Apresente a planilha de amortização com base no sistema de amortização constante.

Antes da elaboração da planilha de amortização do empréstimo, porém, cabem alguns ajustes:

Enunciado	**Ajustes**
Prazo: 3 semestres = 18 meses	Amortizações 1/4 ano = 6 trimestres

Feitos os ajustes, elabora-se a planilha, conforme abaixo:

Prazo “n”	**Capital K**	**Juros J**	**Prestação PMT**	**Saldo devedor SD**
0	**-**	**-**	**-**	**400.000,00**
1	**66.666,67**	**12.000,00**	**78.666,67**	**333.333,33**
2	**66.666,67**	**10.000,00**	**76.666,67**	**266.666,67**
3	**66.666,67**	**8.000,00**	**74.666,67**	**200.000,00**
4	**66.666,67**	**6.000,00**	**72.666,67**	**133.333,33**
5	**66.666,67**	**4.000,00**	**70.666,67**	**66.666,67**
6	**66.666,65**	**2.000,00**	**68.666,67**	**0,00**
∑	**400.000,00**	**42.000,00**	**442.000,00**	

c) Considere que um bem móvel qualquer foi financiado por nove quadrimestres, com amortizações a cada ½ ano. Os encargos semestrais contratados foram de 4,5% , sem carência, anuidades postecipadas. O valor dos bens financiados foi de 150.000,00 u.m. Elabore a planilha de amortização deste financiamento com base no sistema de amortização constante.

Antes da elaboração da planilha de amortização do empréstimo, porém, cabem alguns ajustes:

Enunciado	**Ajustes**
Prazo: 9 quadrimestres = 3 anos	Amortizações 1/2 ano = 6 semestres

Feitos os ajustes, elabora-se a planilha, conforme abaixo:

Prazo “n”	**Capital K**	**Juros J**	**Prestação PMT**	**Saldo devedor SD**
0	**-**	**-**	**-**	**150.000,00**
1	**25.000,00**	**6.750,00**	**31.750,00**	**125.000,00**
2	**25.000,00**	**5.625,00**	**30.625,00**	**100.000,00**
3	**25.000,00**	**4.500,00**	**29.500,00**	**75.000,00**
4	**25.000,00**	**3.375,00**	**28.375,00**	**50.000,00**
5	**25.000,00**	**2.250,00**	**27.250,00**	**25.000,00**
6	**25.000,00**	**1.125,00**	**26.125,00**	**0,00**
∑	**150.000,00**	**23.625,00**	**173.625,00**	

Aqui, vamos "abrir" o cálculo para cada variável, para sedimentar o assunto. Acompanhe:

Para capital – K:

K	PV	n	K = PV ÷ n
$K_{1,2,3,4,5,6.}$	150.000,00	6	**25.000,00**

Para Juros – J:

Para n = 1, temos:

$J_n = SD_{n-1} . i'$	
$J_1 = SD_{1-1} . 0{,}045$	$J_1 = 150.000{,}00(0{,}045)$
$J_1 = SD_0 . 0{,}0045$	**$J_1 = 6.750{,}00$ u.m.**

Juros do período "n"	SD	i'	$J_n = SD_{n-1} . i'$
J_0	-	-	-
J_1	150.000,00	0,045	**6.750,00**
J_2	125.000,00	0,045	**5.625,00**
J_3	100.000,00	0,045	**4.500,00**
J_4	75.000,00	0,045	**3.375,00**
J_5	50.000,00	0,045	**2.250,00**
J_6	25.000,00	0,045	**1.125,00**

Para anuidade – PMT:

Para n = 1, temos:

$PMT_n = K_n + J_n$	$PMT_1 = 25.000{,}00 + 6.750{,}00$
$PMT_1 = K_1 + J_1$	**$PMT_1 = 31.750{,}00$ u.m.**

PMT "n"	K	J	$PMT_n = K_n + J_n$
PMT_0	-	-	-
PMT_1	25.000,00	6.750,00	**31.750,00**
PMT_2	25.000,00	5.625,00	**30.625,00**
PMT_3	25.000,00	4.500,00	**29.500,00**
PMT_4	25.000,00	3.375,00	**28.375,00**
PMT_5	25.000,00	2.250,00	**27.250,00**
PMT_6	25.000,00	1.125,00	**26.125,00**

Para saldo devedor – SD:

Para n = 1, temos:

$SD_n = SD_{n-1} - K_n$	
$SD_1 = SD_{1-1} - K_1$	SD_1 = 150.000,00 – 25.000,00
$SD_1 = SD_0 - K_1$	**SD_1 = 125.000,00 u.m.**

SD "n"	K	$SD_n = SD_{n-1} - K_n$
SD_0	-	**150.000,00**
SD_1	25.000,00	**125.000,00**
SD_2	25.000,00	**100.000,00**
SD_3	25.000,00	**75.000,00**
SD_4	25.000,00	**50.000,00**
SD_5	25.000,00	**25.000,00**
SD_6	25.000,00	**0,00**

3.7 Com carência

Por vezes, há a previsão contratual de carência nos contratos de empréstimos e de financiamentos. Aqui, carência, é no sentido relativo ao capital. Entretanto, em situações muito particulares, também há a concessão de carência para os juros. Todavia, por estes representarem os ganhos do banqueiro, a sua concessão encontra resistências bem amplas por parte destes.

Carência deve ser compreendida como um lapso temporal em que não há a amortização de capital, apenas dos juros. Nos empreendimentos de longa maturação ou em fase de implantação não é rara tal situação. Sua concessão é parte da negociação geral das condições do empréstimo ou financiamento entre as partes.

Ainda, carência é um período de tempo maior do que o intervalo de tempo entre o pagamento das anuidades. Por exemplo: Em um contrato de cinco anos, o credor concede uma carência de dois anos e, após este prazo, as amortizações deverão ocorrer a cada período de ano. Logo, a carência, neste modelo, dois anos é maior que o intervalo de tempo entre cada uma das anuidades, ano.

Neste período de carência os encargos, os juros, são exigidos normalmente ficando apenas, o valor do principal, sem amortização.

O algoritmo de cálculo é semelhante ao apresentado anteriormente. Apenas, que o prazo do financiamento e de amortização é que devem ser ajustados para o cálculo da anuidade relativo à amortização de capital.

Para exemplificar, acompanhe o modelo a seguir:

Um empréstimo no valor de 75.000,00 u.m. deverá ser pago em um ano. Os encargos financeiros são de 3% a.t. As amortizações, após a carência, deverão ser a cada 90 dias. A carência concedida foi de ¼ de ano. Elabore a planilha de amortização com base no sistema de amortização constante.

Antes da elaboração da planilha de amortização do empréstimo, porém, cabem alguns ajustes:

Enunciado	**Ajustes**
Prazo: 1 ano = 12 meses	Amortizações a cada 90 dias: 4 anuidades (1 de carência + 3 para amortizar) trimestrais.
Carência: ¼ de ano	Carência = 1 trimestre
Encargos: trimestrais	Encargos = 3% a.t.

Feitos os ajustes, elabora-se a planilha, conforme abaixo:

Planilha V

Prazo "n"	**Capital K**	**Juros J**	**Prestação PMT**	**Saldo devedor SD**
0	**-**	**-**	**-**	**75.000,00**
1	**0,00**	**2.250,00**	**2.250,00**	**75.000,00**
2	**25.000,00**	**2.250,00**	**27.250,00**	**50.000,00**
3	**25.000,00**	**1.500,00**	**26.500,00**	**25.000,00**
4	**25.000,00**	**750,00**	**25.750,00**	**0,00**
∑	**75.000,00**	**6.750,00**	**81.750,00**	

Observe, agora, o comportamento de cada variável (K,J,PMT e SD) com o gráfico teórico apresentado a pouco, em 3.3. Nada mudou em relação ao modelo anterior, em função da carência.

Ainda, para melhor entendimento de como foram extraídos cada um dos valores da planilha acima, acompanhe:

Para capital – K:

K	**PV**	**n**	**K = PV ÷ n**
$K_{1,2,3.}$	75.000,00	3	**25.000,00**

Cuidado. O "n", aqui, é o prazo, o número de amortizações após a carência. Lembre-se que o "n" inicial, o do prazo é de 4 trimestres (amortizações a cada 90 dias). Porém, como há carência de um trimestre resta, para amortizar, apenas 3 trimestres. (Prazo do contrato = 4 trimestres, menos um trimestre de carência ficam, ainda, 3 trimestres para amortizar a dívida).

Para Juros – J:

Para n = 1, temos:

$\mathbf{J_n = SD_{n-1} \, . \, i'}$	
$J_1 = SD_{1-1} \, . \, 0{,}03$	$J_1 = 75.000{,}00(0{,}03)$
$J_1 = SD_0 \, . \, 0{,}03$	$\mathbf{J_1 = 2.250{,}00}$ **u.m.**

Juros do período "n"	SD	i'	$J_n = SD_{n-1} \cdot i'$
J_0	-	-	-
J_1	75.000,00	0,03	**2.250,00**
J_2	75.000,00	0,03	**2.250,00**
J_3	50.000,00	0,03	**1.500,00**
J_4	25.000,00	0,03	**750,00**

Para anuidade – PMT:

Para n = 1, temos:

$\mathbf{PMT_n = K_n + J_n}$	$PMT_1 = 0{,}00 + 2.250{,}00$
$PMT_1 = K_1 + J_1$	$\mathbf{PMT_1 = 2.250{,}00}$ **u.m.**

PMT "n"	K	J	$PMT_n = K_n + J_n$
PMT_0	-	-	-
PMT_1	0,00	2.250,00	**2.250,00**
PMT_2	25.000,00	2.250,00	**27.250,00**
PMT_3	25.000,00	1.500,00	**26.500,00**
PMT_4	25.000,00	750,00	**25.750,00**

Para saldo devedor – SD:

Para n = 1, temos:

$\mathbf{SD_n = SD_{n-1} - K_n}$	
$SD_1 = SD_{1-1} - K_1$	$SD_1 = 75.000{,}00 - 0{,}00$
$SD_1 = SD_0 - K_1$	$\mathbf{SD_1 = 75.000{,}00}$ **u.m.**

SD "n"	K	$SD_n = SD_{n-1} - K_n$
SD_0	-	**75.000,00**
SD_1	0,00	**75.000,00**
SD_2	25.000,00	**50.000,00**
SD_3	25.000,00	**25.000,00**
SD_4	25.000,00	**0,00**

3.8 Modelos para prática e fixação

a) Um banco, ao financiar a aquisição de bens duráveis, o fez nas seguintes condições: Valor do financiamento igual a 225.000,00 u.m., prazo do contrato de 10 semestres, amortizações anuais, encargos de 7,50% a.a. A carência concedida foi de 3/5 do prazo do contrato. Elabore a planilha de amortização considerando o sistema de amortização constante.

Elaborando a planilha de amortização do empréstimo. Antes, porém, cabem alguns ajustes:

Enunciado	**Ajustes**
Prazo: 10 semestres = 5 anos	Amortizações anuais: 5 amortizações (3 de carência + 2 para amortizar).
Carência: 3/5 de 5 anos	Carência = 3 anos
Encargos: anuais	Encargos = 7,50% a.a.

Feitos os ajustes, elabora-se a planilha, conforme abaixo:

Prazo "n"	**Capital K**	**Juros J**	**Prestação PMT**	**Saldo devedor SD**
0	**-**	**-**	**-**	**225.000,00**
1	**0,00**	**16.875,00**	**16.875,00**	**225.000,00**
2	**0,00**	**16.875,00**	**16.875,00**	**225.000,00**
3	**0,00**	**16.875,00**	**16.875,00**	**225.000,00**
4	**112.500,00**	**16.875,00**	**129.375,00**	**112.500,00**
5	**112.500,00**	**8.437,50**	**120.937,50**	**0,00**
∑	**225.000,00**	**75.937,50**	**300.937,50**	

b) Um empresário adquiriu um equipamento e, não tendo o capital todo, financiou 70% do valor do mesmo. O valor do equipamento adquirido custou 142.857,14 u.m. A linha de crédito liberado pelo agente financeiro compreendia um prazo total de 8 trimestres e encargos financeiros de 3% ao trimestre. A carência ajustada foi de ¼ do prazo do financiamento, sendo que as amortizações serão trimestrais. Elabore a planilha de amortização considerando o sistema de amortização constante.

Elaborando a planilha de amortização do empréstimo. Antes, porém, cabem alguns ajustes:

Enunciado	**Ajustes**
Prazo: 8 trimestres = 2 anos	Amortizações trimestrais: 8 amortizações (2 de carência + 6 para amortizar).
Carência: 1/4 de 2 anos	Carência = 0,5 ano = 2 trimestres
Encargos: trimestrais	Encargos = 3,0% a.t.
Valor do financiamento = 70% de 142.857,14 u.m.	Valor financiado = 100.000,00 u.m.

Feitos os ajustes, elabora-se a planilha, conforme abaixo:

Prazo "n"	**Capital K**	**Juros J**	**Prestação PMT**	**Saldo devedor SD**
0	**-**	**-**	**-**	**100.000,00**
1	**0,00**	**3.000,00**	**3.000,00**	**100.000,00**
2	**0,00**	**3.000,00**	**3.000,00**	**100.000,00**
3	**16.666,67**	**3.000,00**	**19.666,67**	**83.333,33**
4	**16.666,67**	**2.500,00**	**19.166,67**	**66.666,67**
5	**16.666,67**	**2.000,00**	**18.666,67**	**50.000,00**
6	**16.666,67**	**1.500,00**	**18.166,67**	**33.333,33**
7	**16.666,67**	**1.000,00**	**17.666,67**	**16.666,67**
8	**16.666,65**	**500,00**	**17.166,65**	**0,00**
∑	**100.000,00**	**16.500,00**	**116.500,00**	

c) Um agricultor, ao pleitear uma linha de crédito para equipamentos de irrigação no valor de 30.000,00 u.m., obteve do agente financeiro as seguintes informações: Valor da linha de crédito de 2/3 do valor pleiteado, prazo total para quitação de 18 bimestres, encargos semestrais de 3,00%. A carência é de 6 quadrimestres e as amortizações a cada ½ ano. Elabore a planilha de amortização considerando o sistema de amortização constante.

Elaborando a planilha de amortização do empréstimo. Antes, porém, cabem alguns ajustes:

Enunciado	**Ajustes**
Prazo: 18 bimestres = 3 anos	Amortizações ½ ano: 6 amortizações (4 de carência + 2 para amortizar).
Carência: 6 quadrimestres = 2 anos	Carência = 4 semestres
Encargos: semestrais	Encargos = 3,00% a.s.
Valor do financiamento = 2/3 de 30.00,00 u.m.	Valor financiado = 20.000,00 u.m.

Feitos os ajustes, elabora-se a planilha, conforme abaixo:

Prazo "n"	**Capital K**	**Juros J**	**Prestação PMT**	**Saldo devedor SD**
0	**-**	**-**	**-**	**20.000,00**
1	**0,00**	**600,00**	**600,00**	**20.000,00**
2	**0,00**	**600,00**	**600,00**	**20.000,00**
3	**0,00**	**600,00**	**600,00**	**20.000,00**
4	**0,00**	**600,00**	**600,00**	**20.000,00**
5	**10.000,00**	**600,00**	**10.600,00**	**10.000,00**
6	**10.000,00**	**300,00**	**10.300,00**	**0,00**
∑	**20.000,00**	**3.300,00**	**23.300,00**	

A atenção e cuidado especial, quando se tem carência, é quanto ao correto enquadramento em relação ao prazo do contrato (que é o prazo total para a amortização da dívida) e o prazo de carência (período em que não há amortização de capital).

Verificado o prazo total e identificado o período de carência, a diferença entre ambos é o período para amortização do capital. E, este prazo é o que deverá ser considerado para o cálculo do valor da amortização.

4 SISTEMA FRANCÊS DE AMORTIZAÇÃO – TABELA PRICE

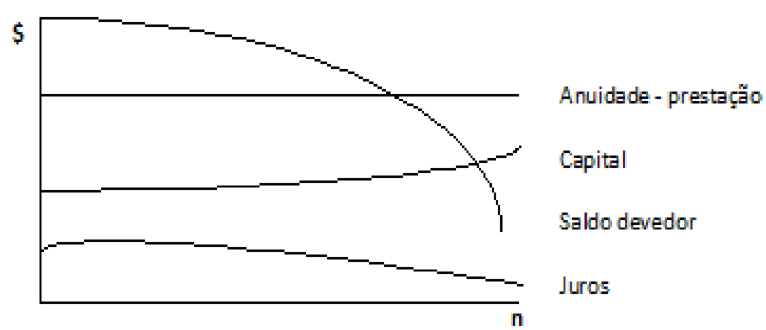
Enquanto que no sistema de amortização constante – SAC -, tratado no tópico anterior, usava-se conceitos de juros simples aqui, em sistema francês de amortização – Price – utilizaremos conceitos de juros compostos – exponenciais.

Este sistema é de largo uso pelas instituições financeiras em suas linhas de ativos (empréstimos, financiamentos, ECC, cheque especial, leasing) e, pela indústria e comércio, em suas operações de vendas a prazo.

Uma característica deste sistema é que as anuidades – prestações – são todas iguais. E, anuidade, engloba retorno de capital e de juros.

A calculadora financeira HP 12C possui um algoritmo de cálculo que nos possibilita a obtenção de dados de forma direta, sem maiores dificuldades.

4.1 Representação gráfica



4.2 Fórmulas de cálculo

PMT = PV[i(1 + i)^n ÷ (1 + i)^n -1]
PV = PMT ÷ [i(1 + i)^n ÷ (1 + i)^n -1]

4.3 Modelo básico para cálculo

Na aquisição de um veículo, um representante comercial valeu-se de uma linha de financiamento da fábrica. As condições gerais do financiamento foram às seguintes: Valor do veículo 75.000,00 u.m., prazo do financiamento de cinco anos, com pagamentos anuais. Os encargos mensais foram de 0,99%, sem carência e anuidades postecipadas. Qual foi o valor das parcelas contratadas? Elabore a planilha de amortização com base no sistema francês de amortização – Price.

Elaborando a planilha de amortização do empréstimo. Antes, porém, cabem alguns ajustes:

Enunciado	**Ajuste**
Prazo: 5 anos	Amortizações anuais: 5 amortizações
Encargos: 0,99% a.m.	Encargos: 12,548696% a.a.

Estabelecendo o valor da anuidade, temos:

PMT = PV[i(1 + i)^n ÷ (1 + i)^n -1]	
PMT = 75.000,00[0,12548696(1 + 0,12548696)^5 ÷ (1 + 0,12548696)^5 -1]	PMT = 75.000,00(0,226621 ÷ 0,805936)
PMT = 75.000,00[0,12548696(1,12548696)^5 ÷ (1,12548696)^5 -1]	PMT = 75.000,00(0,281190)
PMT = 75.000,00[0,12548696(1,805936) ÷ (1,805936 -1)]	**PMT = 21.089,28 u.m.**

Com a utilização da calculadora financeira HP 12C, o cálculo é dado por (a máquina deverá estar no modo postecipado):

n	**i**	**PV**	**FV**	**PMT ?**
5	12,548696	(75.000,00)	0,00	**21.089,28**

Executando o cálculo, com a calculadora, passo a passo:

Digitar	**Pressionar**	**Visualização**
5	**n**	5,00
12,548696	**i**	12,55
75.000,00	**CHS PV**	(75.000,00)
0	**FV**	0,00
	PMT	**21.089,28**

A planilha de amortização, similar a do modelo anterior, SAC, poderá ser elaborada com o auxílio da calculadora financeira HP 12C.

Prazo **"n"** TECLA A PRESSIONAR	**Anuidade** **"PMT"** Vide acima	**Juros** **"J"** 1 f AMORT	**Capital** **"PV"** x < > y	**Saldo devedor** **"SD"** RCL PV
0	-	-	-	75.000,00
1	21.089,28	9.411,52	11.677,76	63.322,24
2	21.089,28	7.946,12	13.143,16	50.179,08
3	21.089,28	6.296,82	14.792,46	35.386,62
4	21.089,28	4.440,56	16.648,72	18.737,90
5	21.089,28	2.351,38	18.737,90	0,00
∑	105.446,40	30.446,40	75.000,00	

Observe, agora, o comportamento de cada variável (PMT, J, PV e SD) com o gráfico teórico apresentado em 4.1.

Tendo estabelecido o valor da anuidade, PMT, é possível calcular o valor de cada variável (juros, capital e saldo devedor), individualmente. Acompanhe:

Dos encargos – Juros:

Os encargos incidem sobre o saldo devedor existente em cada período. Logo, tendo o valor deste e, a taxa de juro, podemos calculá-lo.

Para n = 1

$J_n = SD_{n-1} \, . \, i'$
$J_1 = Sd_{1-1}$ (0,12548696)
$J_1 = Sd_0$ (0,12548696)
J_1 = 75.000,00 (0,12548696)
J_1 = 9.411,52 u.m.

Juros do período "n"	**SD**	**i'**	**$J_n = SD_{n-1} \, . \, i'$**
J_0	-	-	-
J_1	75.000,00	0,12548696	**9.411,52**
J_2	63.322,24	0,12548696	**7.946,12**
J_3	50.179,08	0,12548696	**6.296,82**
J_4	35.386,62	0,12548696	**4.440,56**
J_5	18.737,90	0,12548696	**2.351,36**

Do valor do capital – principal – amortizado

Corresponde ao valor da anuidade – PMT – deduzido dos encargos – juros - temos:

Para n = 1

$PV_n = PMT_n - J_n$
$PV_1 = PMT_1 – J_1$
PV_1 = 21.089,28 – 9.411,52
PV_1 = 11.677,76 u.m.

Capital amortizado "n"	PMT	J	$PV_n = PMT_n - J_n$
PV_0	-	-	-
PV_1	21.089,28	9.411,52	11.677,76
PV_2	21.089,28	7.946,12	13.143,16
PV_3	21.089,28	6.296,82	14.792,46
PV_4	21.089,28	4.440,56	16.648,72
PV_5	21.089,28	2.351,38	18.737,90

Do valor do saldo devedor

O saldo devedor de determinado período é o resultado do saldo devedor do período anterior, menos o principal amortizado no período em referência.

Para n = 1

$SD_n = SD_{n-1} - PV_n$
$SD_1 = SD_{1-1} – PV_1$
$SD_1 = SD_0$ - 11.677,76
SD_1 = 75.000,00 - 11.677,76
SD_1 = 63.322,24 u.m.

Saldo devedor "n"	SD_{n-1}	PV_n	$SD_n = SD_{n-1} - PV_n$
SD_0	-	-	75.000,00
SD_1	75.000,00	11.677,76	63.322,24
SD_2	63.322,24	13.143,16	50.179,08
SD_3	50.179,08	14.792,46	35.386,62
SD_4	35.386,62	16.648,72	18.737,90
SD_5	18.737,90	18.737,90	0,00

4.4 Modelos para prática e fixação

a) Considere que uma operação financeira foi contratada nas seguintes condições: Valor de 150.000,00 u.m., prazo de amortização de um ano, amortizações a cada ¼ de ano, custo financeiro de 4,060401% a.q., sem carência, anuidades postecipadas. Elabore a planilha de amortização com base no sistema francês de amortização - Price.

Elaborando a planilha de amortização do empréstimo. Antes, porém, cabem alguns ajustes:

Enunciado	**Ajuste**
Prazo: 1 ano	Amortizações ¼ ano: trimestrais. (4 amortizações)
Encargos: 4,060401% a.q.	Encargos: 3,03010% a.t.

Com a utilização da calculadora financeira HP 12C, o cálculo é dado por (a máquina deverá estar no modo postecipado):

n	**i**	**PV**	**FV**	**PMT ?**
4	3,03010	(150.000,00)	0,00	**40.383,11**

Executando o cálculo, com a calculadora, passo a passo:

Digitar	**Pressionar**	**Visualização**
4	**n**	4,00
3,03010	**i**	3,03
150.000,00	**CHS PV**	(150.000,00)
0	**FV**	0,00
	PMT	**40.383,11**

A planilha de amortização poderá ser elaborada com o auxílio da calculadora financeira HP 12C.

Planilha X

Prazo **“n”** **TECLA A PRESSIONAR**	**Anuidade** **“PMT”** **Vide acima**	**Juros** **“J”** **1 f AMORT**	**Capital** **“PV”** **x < > y**	**Saldo devedor** **“SD”** **RCL PV**
0	-	-	-	150.000,00
1	40.383,11	4.545,15	35.837,96	114.162,04
2	40.383,11	3.459,22	36.923,89	77.238,15
3	40.383,11	2.340,39	38.042,72	39.195,43
4	40.383,11	1.187,68	39.195,42	-
∑	161.532,44	11.532,44	150.000,00	

b) Uma planta industrial do setor aeroespacial, em processo de ampliação, contratou junto ao fornecedor de um equipamento, um no valor total de 700.000,00 u.m. Parte do valor, correspondente a 35%, será “bancado” com recursos próprios. O restante necessitará de aporte de alguma instituição financeira. Entre as diversas ofertas, uma está muito próxima de ser concretizada. O banco “Alfa” oferece uma linha de crédito com prazo de amortização de 10 anos, com amortizações a cada 2,5 anos e, com custo anual de 4,5%. Elabore a planilha de amortização com base no sistema francês de amortização – Price.

Elaborando a planilha de amortização do empréstimo. Antes, porém, cabem alguns ajustes:

Enunciado	**Ajuste**
Prazo: 10 anos	Amortizações a cada 2,5 anos: 30 meses = A cada 5 semestres. (4 amortizações)
Encargos: 4,5% a.a.	Encargos: 11,632518% a cada período de 5 semestres.
Valor equipamento: 700.000,00 u.m.	Valor financiado: 700.000,00(0,65) = 455.000,00 u.m.

Com a utilização da calculadora financeira HP 12C, o cálculo é dado por (a máquina deverá estar no modo postecipado):

n	**i**	**PV**	**FV**	**PMT ?**
4	11,632518	(455.000,00)	0,00	**148.643,85**

Executando o cálculo, com a calculadora, passo a passo:

Digitar	**Pressionar**	**Visualização**
4	**n**	4,00
11,632518	**i**	11,63
455.000,00	**CHS PV**	(455.000,00)
0	**FV**	0,00
	PMT	**148.643,85**

A planilha de amortização poderá ser elaborada com o auxílio da calculadora financeira HP 12C.

Planilha XI

Prazo “n” TECLA A PRESSIONAR	**Anuidade** “PMT” Vide acima	**Juros** “J” 1 f AMORT	**Capital** “PV” x < > y	**Saldo devedor** “SD” RCL PV
0	-	-	-	455.000,00
1	148.643,85	52.927,96	95.715,89	359.284,11
2	148.643,85	41.793,79	106.850,06	252.434,05
3	148.643,85	29.364,44	119.279,41	133.154,64
4	148.643,85	15.489,21	133.154,64	0,00
∑	594.575,40	139.575,40	455.000,00	

c) Elabore a planilha de amortização, utilizando o sistema francês de amortização – Price, para a seguinte situação: Valor: 1.000.000,00 u.m., Custo semestral de 6,152015%, prazo de amortização de 360 dias, amortizações a cada 1/3 de ano. Não há carência e as anuidades são postecipadas.

Elaborando a planilha de amortização do empréstimo. Antes, porém, cabem alguns ajustes:

Enunciado	**Ajuste**
Prazo: 360 dias = 1 ano	Amortizações a cada 1/3 de ano: Quadrimestral = A cada 4 meses. (3 amortizações)
Encargos: 6,152015% a.s.	Encargos: 4,060401% a.q.

Com a utilização da calculadora financeira HP 12C, o cálculo é dado por (a máquina deverá estar no modo postecipado):

n	i	PV	FV	PMT ?
3	4,060401	(1.000.000,00)	0,00	**360.761,71**

Executando o cálculo, com a calculadora, passo a passo:

Digitar	Pressionar	Visualização
3	**n**	3,00
4,060401	**i**	4,06
1.000.000,00	**CHS PV**	(1.000.000,00)
0	**FV**	0,00
	PMT	**360.761,71**

A planilha de amortização poderá ser elaborada com o auxílio da calculadora financeira HP 12C.

Planilha XII

Prazo "n" TECLA A PRESSIONAR	Anuidade "PMT" Vide acima	Juros "J" 1 f AMORT	Capital "PV" x < > y	Saldo devedor "SD" RCL PV
0	-	-	-	1.000.000,00
1	360.761,71	40.604,01	320.157,70	679.842,30
2	360.761,71	27.604,32	333.157,39	346.684,91
3	360.761,71	14.076,80	346.684,91	0,00
∑	1.082.285,13	82.285,13	1.000.000,00	

4.5 Com carência

Transcrevemos, abaixo, o mesmo texto que consta em sistema de amortização constante – SAC, sobre carência.

Por vezes, há a previsão contratual de carência nos contratos de empréstimos e de financiamentos. Aqui, carência, é no sentido relativo ao capital. Entretanto, em situações muito particulares, também há a concessão de carência para os juros. Todavia, por estes representarem os ganhos do banqueiro, a sua concessão encontra resistências bem amplas por parte destes.

Carência deve ser compreendida como um lapso temporal em que não há a amortização de capital, apenas dos juros. Nos empreendimentos de longa maturação ou em fase de implantação não é rara tal situação. Sua concessão é parte da negociação geral das condições do empréstimo ou financiamento entre as partes.

Ainda, carência é um período de tempo maior do que o intervalo de tempo entre o pagamento das anuidades. Por exemplo: Em um contrato de cinco anos, o credor concede uma carência de dois anos e, após este prazo, as amortizações deverão ocorrer a cada período de ano. Logo, a carência, neste modelo, dois anos é maior que o intervalo de tempo entre cada uma das anuidades, ano.

Neste período de carência os encargos, os juros, são exigidos normalmente ficando apenas, o valor do principal, sem amortização.

O algoritmo de cálculo é semelhante ao apresentado anteriormente. Apenas, que o prazo do financiamento e de amortização é que devem ser ajustados para o cálculo da anuidade relativo à amortização de capital..

Para exemplificar, acompanhe o modelo a seguir:

Um empréstimo no valor de 75.000,00 u.m. deverá ser pago em 6 bimestres. Os encargos financeiros são de 3,03010% a.t. As amortizações, após a carência, deverão ser a cada 90 dias. A carência concedida foi de ¼ de ano. Elabore a planilha de amortização com base no sistema francês de amortização – Price.

Elaborando a planilha de amortização do empréstimo. Antes, porém, cabem alguns ajustes:

Enunciado	**Ajustes**
Prazo: 6 bimestres = 12 meses = 1 ano	Amortizações a cada 90 dias: 4 anuidades (1 de carência + 3 para amortizar) trimestrais.
Carência: ¼ de ano	Carência = 1 trimestre
Encargos: trimestrais	Encargos = 3,03010% a.t.

Com a utilização da calculadora financeira HP 12C, o cálculo é dado por (a máquina deverá estar no modo postecipado):

n	**i**	**PV**	**FV**	**PMT ?**
3	3,03010	(75.000,00)	0,00	**26.530,12**

Executando o cálculo, com a calculadora, passo a passo:

Digitar	**Pressionar**	**Visualização**
3	**n**	3,00
3,03010	**i**	3,03
75.000,00	**CHS PV**	(75.000,00)
0	**FV**	0,00
	PMT	**26.530,12**

Temos que nos lembrar que, aqui, estamos calculando apenas os valores da anuidade após a carência.

Para o período da carência, em que paga somente os encargos, estes serão demonstrados na planilha abaixo.

A planilha de amortização poderá ser elaborada com o auxílio da calculadora financeira HP 12C.

Planilha XIII

Prazo **“n”** **TECLA A PRESSIONAR**	**Anuidade** **“PMT”** **Vide acima**	**Juros** **“J”** **1 f AMORT**	**Capital** **“PV”** **x < > y**	**Saldo devedor** **“SD”** **RCL PV**
0	-	-	-	75.000,00
1	2.272,58	2.272,58	0,00	75.000,00
2	26.530,12	2.272,58	24.257,54	50.742,46
3	26.530,12	1.537,55	24.992,57	25.749,89
4	26.530,12	780,23	25.749,89	0,00
∑	81.862,94	6.862,94	75.000,00	

4.6 Modelos para prática e fixação

a) Um empreendedor individual efetuou uma operação financeira para liquidação em 60 meses. Ajustou com o credor uma carência, dentro do prazo do contrato de 12 trimestres, em que pagará somente os encargos devidos. Estes foram pactuados em 0,38% a.m. O valor contratado foi de 20.000,00 u.m. Após o período de carência, as amortizações serão anuais. Elabore a planilha de amortização com base no sistema francês de amortização – Price.

Elaborando a planilha de amortização do empréstimo. Antes, porém, cabem alguns ajustes:

Enunciado	**Ajustes**
Prazo: 60 meses = 5 anos	Amortizações anuais: 5 anuidades (3 de carência + 2 para amortizar) anuais.
Carência: 12 trimestres = 36 meses	Carência = 3 anos
Encargos: 0,38% a.m.	Encargos = 4,656522% a.a.

Com a utilização da calculadora financeira HP 12C, o cálculo é dado por (a máquina deverá estar posicionada no modo postecipado):

n	**i**	**PV**	**FV**	**PMT ?**
2	4,656522	(20.000,00)	0,00	**10.703,78**

Executando o cálculo, com a calculadora, passo a passo:

Digitar	Pressionar	Visualização
2	**n**	2,00
4,656522	**i**	4,66
20.000,00	**CHS PV**	(20.000,00)
0	**FV**	0,00
	PMT	**10.703,78**

Temos que nos lembrar que, aqui, estamos calculando apenas os valores da anuidade após a carência.

Para o período da carência, em que paga somente os encargos, estes serão demonstrados na planilha abaixo.

A planilha de amortização poderá ser elaborada com o auxílio da calculadora financeira HP 12C.

Planilha XIV

Prazo “n” TECLA A PRESSIONAR	**Anuidade** “PMT” Vide acima	**Juros** “J” 1 f AMORT	**Capital** “PV” x < > y	**Saldo devedor** “SD” RCL PV
0	-	-	-	20.000,00
1	931,30	931,30	0,00	20.000,00
2	931,30	931,30	0,00	20.000,00
3	931,30	931,30	0,00	20.000,00
4	10.703,78	931,30	9.772,48	10.227,52
5	10.703,78	476,26	10.227,52	0,00
∑	24.201,46	4.201,46	20.000,00	

b) Um agente financeiro ofertou a um cliente uma linha de financiamento para aquisição de implementos da linha automotiva. As condições gerais eram: Valor da linha de crédito de 500.000,00 u.m., prazo do recurso de 21 quadrimestres, amortizações anuais, com 6 semestres de carência. Custo da linha de crédito de 3,75% a.s. Apresente a planilha de amortização de capital com base no sistema francês de amortização – Price.

Elaborando a planilha de amortização do empréstimo. Antes, porém, cabem alguns ajustes:

Enunciado	**Ajustes**
Prazo: 21 quadrimestres =7 anos	Amortizações anuais: 7 anuidades (3 de carência + 4 para amortizar) anuais.
Carência: 6 semestres = 36 meses	Carência = 3 anos
Encargos: 3,75% a.s.	Encargos = 7,640625% a.a.

Com a utilização da calculadora financeira HP 12C, o cálculo é dado por (a máquina deverá estar posicionada no modo postecipado):

n	i	PV	FV	PMT ?
4	7,640625	(500.000,00)	0,00	**149.754,61**

Executando o cálculo, com a calculadora, passo a passo:

Digitar	Pressionar	Visualização
4	**n**	4,00
7,640625	**i**	7,64
500.000,00	**CHS PV**	(500.000,00)
0	**FV**	0,00
	PMT	**149.754,61**

Temos que nos lembrar que, aqui, estamos calculando apenas os valores da anuidade após a carência.

Para o período da carência, em que paga somente os encargos, estes serão demonstrados na planilha abaixo.

A planilha de amortização poderá ser elaborada com o auxílio da calculadora financeira HP 12C.

Planilha XV

Prazo **"n"** TECLA A PRESSIONAR	**Anuidade** **"PMT"** Vide acima	**Juros** **"J"** 1 f AMORT	**Capital** **"PV"** x < > y	**Saldo devedor** **"SD"** RCL PV
0	-	-	-	500.000,00
1	38.203,13	38.203,13	0,00	500.000,00
2	38.203,13	38.203,13	0,00	500.000,00
3	38.203,13	38.203,13	0,00	500.000,00
4	149.754,61	38.203,13	111.551,48	388.448,52
5	149.754,61	29.679,89	120.074,72	268.373,80
6	149.754,61	20.505,44	129.249,17	139.124,63
7	149.754,61	10.629,98	139.124,63	0,00
∑	713.627,83	213.627,83	500.000,00	

c) Um empréstimo em conta-corrente foi concedido a um cliente por uma instituição financeira e, as condições gerais foram: Valor do ECC: 15.000,00 u.m., prazo de dois trimestres para liquidação, inclusos uma carência de um ¼ de ano. Após a carência, a amortização deverá ocorrer mensalmente. Os encargos ajustados foram de 2,01% a.b. Elabore a planilha de amortização considerando o sistema francês de amortização – Price.

Elaborando a planilha de amortização do empréstimo. Antes, porém, cabem alguns ajustes:

Enunciado	**Ajustes**
Prazo: 2 trimestres = 6 meses	Amortizações mensais: 6 anuidades (3 de carência + 3 para amortizar) mensais.
Carência: ¼ ano = 1 trimestre	Carência = 3 meses
Encargos: 2,01% a.b.	Encargos = 1,00% a.m.

Com a utilização da calculadora financeira HP 12C, o cálculo é dado por (a máquina deverá estar no modo postecipado):

n	**i**	**PV**	**FV**	**PMT ?**
3	1,00	(15.000,00)	0,00	**5.100,33**

Executando o cálculo, com a calculadora, passo a passo:

Digitar	**Pressionar**	**Visualização**
3	**n**	3,00
1	**i**	1,00
15.000,00	**CHS PV**	(15.000,00)
0	**FV**	0,00
	PMT	**5.100,33**

Temos que nos lembrar que, aqui, estamos calculando apenas os valores da anuidade após a carência.

Para o período da carência, em que paga somente os encargos, estes serão demonstrados na planilha abaixo.

A planilha de amortização poderá ser elaborada com o auxílio da calculadora financeira HP 12C.

Prazo **"n"** **TECLA A PRESSIONAR**	**Anuidade** **"PMT"** **Vide acima**	**Juros** **"J"** **1 f AMORT**	**Capital** **"PV"** **x < > y**	**Saldo devedor** **"SD"** **RCL PV**
0	-	-	-	15.000,00
1	150,00	150,00	0,00	15.000,00
2	150,00	150,00	0,00	15.000,00
3	150,00	150,00	0,00	15.000,00
4	5.100,33	150,00	4.950,33	10.049,67
5	5.100,33	100,50	4.999,83	5.049,84
6	5.100,33	50,49	5.049,84	0,00
∑	15.750,99	750,99	15.000,00	

4.7 Comparativo entre os sistemas SAC e PRICE

Interessante observar como se comportam as diversas variáveis – anuidade, capital, juros e saldo devedor - de cada um dos dois métodos de amortização de empréstimos. Isto nos auxiliará na tomada de decisão, quando da contratação de um empréstimo ou financiamento, por qual dos dois métodos optar, se disponível.

De imediato, tem-se que o sistema francês – price – é o utilizado pelo sistema financeiro e, também, pela indústria e pelo comércio, para as suas atividades. Daí, considerando-se haver inúmeros sistemas de amortização, qual a razão disto, essa quase unanimidade pelo referido sistema de amortização? Simples: Os ganhos – juros – auferidos neste sistema, nas mesmas condições de valor contratado, prazo, taxa de juros, carência, são maiores. E, banco, vive de juros. Logo, por ser este sistema o que mais lhes convém, é óbvia a sua escolha.

Isto não quer dizer que o tomador optando por um ou, por outro, terá ganhos ou prejuízos. O que tem que se considerar é o custo do dinheiro. Este, sim, é o que deverá balizar a decisão. Por vezes, somos levados a considerar o total de desembolsos efetuados ao longo do contrato como o ponto a ser considerado, o critério de escolha ou da análise a ser feita. O total de desembolsos, em quantidades de moedas, NADA tem a ver com o critério de escolha pelo qual sistema optar. O que deve ser considerado, o preponderante, é o custo efetivo do dinheiro. A taxa de juros.

Entretanto, o que tem que se entender, considerando a igualdade das condições de contratação, é que a opção por um, ou outro sistema, terá impacto no fluxo de caixa. Enquanto no sistema SAC começa-se tendo um desembolso total (anuidade) maior e, amortizando-se uma quota de capital maior, resultando em menor saldo devedor a cada período, sobre os quais incidem os encargos, o sistema PRICE tem um comportamento oposto. Começa com um desembolso total (anuidade) menor, logo, amortizando uma quota de capital menor, gerando um saldo devedor maior a amortizar, resultando, consequentemente, maiores ganhos – juros – ao credor.

Assim, ao se tomar a decisão de contratar um empréstimo ou financiamento, além das condições gerais da operação, tem-se que atentar para os reflexos no fluxo de caixa. Investimentos novos, com maiores necessidades de capital de giro no início de sua implantação, devem optar pelo PRICE (menor anuidade de desembolso, maior recurso no disponível da empresa). Projetos com capacidade de geração de caixa maiores no início devem optar pelo SAC.

No quadro abaixo, demonstra-se o comportamento de cada variável, nos dois sistemas de amortização expostos. Para tanto, antes, apresenta-se uma planilha de amortização, com as mesmas condições de contratação (prazo, valor, custo, número de anuidades) para validar o comportamento das curvas – variáveis.

As condições gerais do modelo são:

Prazo	**Valor – u.m.**	**Custo % a.a.**
3 anos	100,00	10,00%

SAC					PRICE				
Prazo	Capital K	Juro J	Anuidade PMT	Saldo devedor SD	Prazo	Anuidade PMT	Juro J	Capital K	Saldo devedor SD
0	-	-	-	100,00	0	-	-	-	100,00
1	33,33	10,00	43,33	66,67	1	40,21	10,00	30,21	69,79
2	33,33	6,67	40,00	33,34	2	40,21	6,98	33,23	36,56
3	33,34	3,33	36,67	0,00	3	40,21	3,65	36,56	0,00
∑	100,00	20,00	120,00		∑	120,63	20,63	100,00	

Variável	SAC	PRICE
Anuidade – PMT	Decrescente	Constante
Juros – J	Decrescente	Decrescente
Capital - K	Constante	Crescente
Saldo devedor	Decrescente	Decrescente

Agora, com o quadro acima, fica fácil avaliar por qual método optar ao contratar uma operação de crédito.

Que nunca necessite. Porém necessitando, boa escolha. Para tanto, considere: Custo do dinheiro – taxa de juros – e o fluxo de caixa – desembolsos. Quantidade de moedas desembolsadas ao longo do contrato não é parâmetro de análise. Isto pode ser mais bem entendido em valor do dinheiro no tempo, objeto de outra obra.

APÊNDICE

TAXAS DE JUROS EQUIVALENTES
MÊS PARA MESES

MÊS	Taxa % a.m.									
N	**0,50**	**1,00**	**1,50**	**2,00**	**2,50**	**3,00**	**3,50**	**4,00**	**4,50**	**5,00**
1	0,500000	1,000000	1,500000	2,000000	2,500000	3,000000	3,500000	4,000000	4,500000	5,000000
2	1,002500	2,010000	3,022500	4,040000	5,062500	6,090000	7,122500	8,160000	9,202500	10,250000
3	1,507512	3,030100	4,567837	6,120800	7,689062	9,272700	10,871788	12,486400	14,116613	15,762500
4	2,015050	4,060401	6,136355	8,243216	10,381289	12,550881	14,752300	16,985856	19,251860	21,550625
5	2,525125	5,101005	7,728400	10,408080	13,140821	15,927407	18,768631	21,665290	24,618194	27,628156
6	3,037751	6,152015	9,344326	12,616242	15,969342	19,405230	22,925533	26,531902	30,226012	34,009564
7	3,552940	7,213535	10,984491	14,868567	18,868575	22,987387	27,227926	31,593178	36,086183	40,710042
8	4,070704	8,285671	12,649259	17,165938	21,840290	26,677008	31,680904	36,856905	42,210061	47,745544
9	4,591058	9,368527	14,338998	19,509257	24,886297	30,477318	36,289735	42,331181	48,609514	55,132822
10	5,114013	10,462213	16,054083	21,899442	28,008454	34,391638	41,059876	48,024428	55,296942	62,889463
11	5,639583	11,566835	17,794894	24,337431	31,208666	38,423387	45,996972	53,945406	62,285305	71,033936
12	6,167781	12,682503	19,561817	26,824179	34,488882	42,576089	51,106866	60,103222	69,588143	79,585633
13	6,698620	13,809328	21,355244	29,360663	37,851104	46,853371	56,395606	66,507351	77,219610	88,564914
14	7,232113	14,947421	23,175573	31,947876	41,297382	51,258972	61,869452	73,167645	85,194492	97,993160
15	7,768274	16,096896	25,023207	34,586834	44,829817	55,796742	67,534883	80,094351	93,528244	107,892818
16	8,307115	17,257864	26,898555	37,278571	48,450562	60,470644	73,398604	87,298125	102,237015	118,287459
17	8,848651	18,430443	28,802033	40,024142	52,161826	65,284763	79,467555	94,790050	111,337681	129,201832
18	9,392894	19,614748	30,734064	42,824625	55,965872	70,243306	85,748920	102,581652	120,847877	140,661923
19	9,939858	20,810895	32,695075	45,681117	59,865019	75,350605	92,250132	110,684918	130,786031	152,695020
20	10,489558	22,019004	34,685501	48,594740	63,861644	80,611123	98,978886	119,112314	141,171402	165,329771
21	11,042006	23,239194	36,705783	51,566634	67,958185	86,029457	105,943147	127,876807	152,024116	178,596259
22	11,597216	24,471586	38,756370	54,597967	72,157140	91,610341	113,151158	136,991879	163,365201	192,526072
23	12,155202	25,716302	40,837715	57,689926	76,461068	97,358651	120,611448	146,471554	175,216635	207,152376
24	12,715978	26,973465	42,950281	60,843725	80,872595	103,279411	128,332849	156,330416	187,601383	222,509994

MÊS	Taxa % a.m.									
N	5,50	6,00	6,50	7,00	7,50	8,00	8,50	9,00	9,50	10,00
1	5,500000	6,000000	6,500000	7,000000	7,500000	8,000000	8,500000	9,000000	9,500000	10,000000
2	11,302500	12,360000	13,422500	14,490000	15,562500	16,640000	17,722500	18,810000	19,902500	21,000000
3	17,424138	19,101600	20,794963	22,504300	24,229688	25,971200	27,728913	29,502900	31,293238	33,100000
4	23,882465	26,247696	28,646635	31,079601	33,546914	36,048896	38,585870	41,158161	43,766095	46,410000
5	30,696001	33,822558	37,008666	40,255173	43,562933	46,932808	50,365669	53,862395	57,423874	61,051000
6	37,884281	41,851911	45,914230	50,073035	54,330153	58,687432	63,146751	67,710011	72,379142	77,156100
7	45,467916	50,363026	55,398655	60,578148	65,904914	71,382427	77,014225	82,803912	88,755161	94,871710
8	53,468651	59,384807	65,499567	71,818618	78,347783	85,093021	92,060434	99,256264	106,686901	114,358881
9	61,909427	68,947896	76,257039	83,845921	91,723866	99,900463	108,385571	117,189328	126,322156	135,794769
10	70,814446	79,084770	87,713747	96,715136	106,103156	115,892500	126,098344	136,736367	147,822761	159,374246
11	80,209240	89,829856	99,915140	110,485195	121,560893	133,163900	145,316703	158,042641	171,365924	185,311671
12	90,120749	101,219647	112,909624	125,219159	138,177960	151,817012	166,168623	181,266478	197,145686	213,842838
13	100,577390	113,292826	126,748750	140,984500	156,041307	171,962373	188,792956	206,580461	225,374527	245,227121
14	111,609146	126,090396	141,487418	157,853415	175,244405	193,719362	213,340357	234,172703	256,285107	279,749834
15	123,247649	139,655819	157,184101	175,903154	195,887735	217,216911	239,974288	264,248246	290,132192	317,724817
16	135,526270	154,035168	173,901067	195,216375	218,079315	242,594264	268,872102	297,030588	327,194750	359,497299
17	148,480215	169,277279	191,704637	215,881521	241,935264	270,001805	300,226231	332,763341	367,778251	405,447028
18	162,146627	185,433915	210,665438	237,993228	267,580409	299,601950	334,245461	371,712042	412,217185	455,991731
19	176,564691	202,559950	230,858691	261,652754	295,148940	331,570106	371,156325	414,166125	460,877818	511,590904
20	191,775749	220,713547	252,364506	286,968446	324,785110	366,095714	411,204612	460,441077	514,161210	572,749995
21	207,823415	239,956360	275,268199	314,056237	356,643993	403,383372	454,657005	510,880774	572,506525	640,024994
22	224,753703	260,353742	299,660632	343,040174	390,892293	443,654041	501,802850	565,860043	636,394645	714,027494
23	242,615157	281,974966	325,638573	374,052986	427,709215	487,146365	552,956092	625,787447	706,352137	795,430243
24	261,458990	304,893464	353,305081	407,236695	467,287406	534,118074	608,457360	691,108317	782,955590	884,973268

MÊS PARA DIAS

DIAS N	Taxa % a.m. 0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
1	0,016627	0,033173	0,049641	0,066031	0,082343	0,098578	0,114737	0,130821	0,146831	0,162766
2	0,033256	0,066358	0,099307	0,132105	0,164753	0,197253	0,229606	0,261814	0,293877	0,325797
3	0,049888	0,099553	0,148997	0,198222	0,247231	0,296025	0,344607	0,392977	0,441139	0,489094
4	0,066523	0,132759	0,198712	0,264384	0,329777	0,394895	0,459739	0,524313	0,588617	0,652656
5	0,083160	0,165976	0,248452	0,330589	0,412392	0,493862	0,575004	0,655820	0,736312	0,816485
6	0,099801	0,199205	0,298216	0,396838	0,495074	0,592927	0,690401	0,787499	0,884224	0,980580
7	0,116444	0,232444	0,348005	0,463130	0,577824	0,692089	0,805930	0,919350	1,032353	1,144942
8	0,133090	0,265694	0,397819	0,529467	0,660642	0,791349	0,921592	1,051374	1,180699	1,309572
9	0,149738	0,298956	0,447657	0,595847	0,743529	0,890707	1,037387	1,183571	1,329264	1,474470
10	0,166390	0,332228	0,497521	0,662271	0,826484	0,990163	1,153314	1,315940	1,478046	1,639636
11	0,183044	0,365512	0,547409	0,728739	0,909507	1,089717	1,269375	1,448483	1,627047	1,805071
12	0,199701	0,398806	0,597321	0,795251	0,992598	1,189370	1,385568	1,581199	1,776267	1,970775
13	0,216361	0,432112	0,647259	0,861806	1,075758	1,289120	1,501895	1,714089	1,925705	2,136749
14	0,233023	0,465429	0,697221	0,928406	1,158987	1,388969	1,618356	1,847153	2,075364	2,302993
15	0,249688	0,498756	0,747208	0,995049	1,242284	1,488916	1,734950	1,980390	2,225242	2,469508
16	0,266356	0,532095	0,797220	1,061737	1,325649	1,588961	1,851678	2,113802	2,375339	2,636293
17	0,283027	0,565445	0,847257	1,128469	1,409083	1,689106	1,968539	2,247389	2,525658	2,803351
18	0,299701	0,598806	0,897319	1,195244	1,492586	1,789349	2,085535	2,381150	2,676197	2,970680
19	0,316377	0,632177	0,947405	1,262064	1,576158	1,889690	2,202665	2,515086	2,826957	3,138281
20	0,333056	0,665560	0,997517	1,328928	1,659798	1,990131	2,319930	2,649198	2,977939	3,306155
21	0,349738	0,698955	1,047653	1,395836	1,743508	2,090671	2,437329	2,783485	3,129142	3,474303
22	0,366423	0,732360	1,097814	1,462788	1,827286	2,191310	2,554862	2,917947	3,280567	3,642724
23	0,383110	0,765776	1,148000	1,529785	1,911133	2,292048	2,672531	3,052586	3,432214	3,811419
24	0,399800	0,799203	1,198211	1,596825	1,995049	2,392885	2,790335	3,187400	3,584085	3,980389
25	0,416493	0,832642	1,248447	1,663910	2,079035	2,493822	2,908273	3,322391	3,736178	4,149634
26	0,433189	0,866091	1,298707	1,731039	2,163089	2,594858	3,026347	3,457559	3,888494	4,319155
27	0,449888	0,899552	1,348993	1,798213	2,247213	2,695994	3,144557	3,592903	4,041034	4,488951
28	0,466589	0,933023	1,399304	1,865431	2,331406	2,797229	3,262902	3,728425	4,193799	4,659024
29	0,483293	0,966506	1,449639	1,932693	2,415668	2,898565	3,381383	3,864124	4,346787	4,829373
30	0,500000	1,000000	1,500000	2,000000	2,500000	3,000000	3,500000	4,000000	4,500000	5,000000
31	0,516710	1,033505	1,550386	2,067351	2,584401	3,101535	3,618753	4,136054	4,653438	5,170905

DIAS N	Taxa % a.m. 5,50	6,00	6,50	7,00	7,50	8,00	8,50	9,00	9,50	10,00
1	0,178629	0,194418	0,210136	0,225783	0,241360	0,256866	0,272303	0,287672	0,302973	0,318206
2	0,357576	0,389215	0,420715	0,452076	0,483302	0,514392	0,545348	0,576171	0,606863	0,637424
3	0,536844	0,584390	0,631735	0,678881	0,725828	0,772580	0,819137	0,865501	0,911674	0,957658
4	0,716431	0,779945	0,843199	0,906197	0,968940	1,031430	1,093670	1,155663	1,217409	1,278911
5	0,896339	0,975879	1,055107	1,134026	1,212638	1,290946	1,368952	1,446659	1,524070	1,601187
6	1,076569	1,172195	1,267461	1,362370	1,456924	1,551128	1,644983	1,738493	1,831660	1,924488
7	1,257121	1,368893	1,480261	1,591229	1,701801	1,811978	1,921766	2,031166	2,140182	2,248817
8	1,437995	1,565972	1,693508	1,820605	1,947268	2,073499	2,199302	2,324681	2,449639	2,574179
9	1,619192	1,763435	1,907203	2,050499	2,193327	2,335691	2,477594	2,619040	2,760033	2,900576
10	1,800713	1,961282	2,121347	2,280912	2,439981	2,598557	2,756644	2,914247	3,071368	3,228012
11	1,982558	2,159514	2,335942	2,511845	2,687230	2,862098	3,036454	3,210302	3,383646	3,556489
12	2,164728	2,358131	2,550987	2,743300	2,935075	3,126316	3,317026	3,507209	3,696870	3,886012
13	2,347224	2,557134	2,766484	2,975277	3,183519	3,391212	3,598361	3,804970	4,011043	4,216583
14	2,530045	2,756524	2,982434	3,207778	3,432562	3,656789	3,880463	4,103588	4,326168	4,548206
15	2,713193	2,956301	3,198837	3,440804	3,682207	3,923048	4,163333	4,403065	4,642248	4,880885
16	2,896668	3,156467	3,415696	3,674356	3,932454	4,189992	4,446974	4,703403	4,959285	5,214622
17	3,080471	3,357023	3,633010	3,908436	4,183305	4,457620	4,731386	5,004606	5,277283	5,549421
18	3,264602	3,557968	3,850780	4,143044	4,434761	4,725937	5,016573	5,306675	5,596244	5,885285
19	3,449062	3,759304	4,069009	4,378181	4,686825	4,994942	5,302537	5,609612	5,916172	6,222218
20	3,633852	3,961031	4,287696	4,613850	4,939497	5,264639	5,589279	5,913422	6,237069	6,560224
21	3,818971	4,163150	4,506842	4,850051	5,192778	5,535028	5,876802	6,218105	6,558938	6,899304
22	4,004422	4,365663	4,726449	5,086785	5,446671	5,806112	6,165109	6,523665	6,881782	7,239464
23	4,190203	4,568569	4,946518	5,324053	5,701177	6,077892	6,454200	6,830103	7,205605	7,580706
24	4,376317	4,771869	5,167049	5,561857	5,956297	6,350370	6,744078	7,137424	7,530408	7,923035
25	4,562763	4,975565	5,388043	5,800198	6,212033	6,623548	7,034746	7,445628	7,856196	8,266452
26	4,749542	5,179657	5,609502	6,039077	6,468386	6,897428	7,326205	7,754719	8,182971	8,610962
27	4,936654	5,384146	5,831426	6,278496	6,725357	7,172011	7,618458	8,064699	8,510736	8,956568
28	5,124101	5,589032	6,053816	6,518455	6,982949	7,447300	7,911507	8,375571	8,839493	9,303275
29	5,311883	5,794316	6,276674	6,758956	7,241163	7,723295	8,205353	8,687337	9,169247	9,651084
30	5,500000	6,000000	6,500000	7,000000	7,500000	8,000000	8,500000	9,000000	9,500000	10,000000
31	5,688453	6,206084	6,723795	7,241588	7,759462	8,277415	8,795449	9,313562	9,831755	10,350026

MÊS PARA BIMESTRE

BIMESTRE N	Taxa % a.m. 0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
1	1,002500	2,010000	3,022500	4,040000	5,062500	6,090000	7,122500	8,160000	9,202500	10,250000
2	2,015050	4,060401	6,136355	8,243216	10,381289	12,550881	14,752300	16,985856	19,251860	21,550625
3	3,037751	6,152015	9,344326	12,616242	15,969342	19,405230	22,925533	26,531902	30,226012	34,009564
4	4,070704	8,285671	12,649259	17,165938	21,840290	26,677008	31,680904	36,856905	42,210061	47,745544
5	5,114013	10,462213	16,054083	21,899442	28,008454	34,391638	41,059876	48,024428	55,296942	62,889463
6	6,167781	12,682503	19,561817	26,824179	34,488882	42,576089	51,106866	60,103222	69,588143	79,585633
7	7,232113	14,947421	23,175573	31,947876	41,297382	51,258972	61,869452	73,167645	85,194492	97,993160
8	8,307115	17,257864	26,898555	37,278571	48,450562	60,470644	73,398604	87,298125	102,237015	118,287459
9	9,392894	19,614748	30,734064	42,824625	55,965872	70,243306	85,748920	102,581652	120,847877	140,661923
10	10,489558	22,019004	34,685501	48,594740	63,861644	80,611123	98,978886	119,112314	141,171402	165,329771
11	11,597216	24,471586	38,756370	54,597967	72,157140	91,610341	113,151158	136,991879	163,365201	192,526072
12	12,715978	26,973465	42,950281	60,843725	80,872595	103,279411	128,332849	156,330416	187,601383	222,509994

BIMESTRE N	Taxa % a.m. 5,50	6,00	6,50	7,00	7,50	8,00	8,50	9,00	9,50	10,00
1	11,302500	12,360000	13,422500	14,490000	15,562500	16,640000	17,722500	18,810000	19,902500	21,000000
2	23,882465	26,247696	28,646635	31,079601	33,546914	36,048896	38,585870	41,158161	43,766095	46,410000
3	37,884281	41,851911	45,914230	50,073035	54,330153	58,687432	63,146751	67,710011	72,379142	77,156100
4	53,468651	59,384807	65,499567	71,818618	78,347783	85,093021	92,060434	99,256264	106,686901	114,358881
5	70,814446	79,084770	87,713747	96,715136	106,103156	115,892500	126,098344	136,736367	147,822761	159,374246
6	90,120749	101,219647	112,909624	125,219159	138,177960	151,817012	166,168623	181,266478	197,145686	213,842838
7	111,609146	126,090396	141,487418	157,853415	175,244405	193,719362	213,340357	234,172703	256,285107	279,749834
8	135,526270	154,035168	173,901067	195,216375	218,079315	242,594264	268,872102	297,030588	327,194750	359,497299
9	162,146627	185,433915	210,665438	237,993228	267,580409	299,601950	334,245461	371,712042	412,217185	455,991731
10	191,775749	220,713547	252,364506	286,968446	324,785110	366,095714	411,204612	460,441077	514,161210	572,749995
11	224,753703	260,353742	299,660632	343,040174	390,892293	443,654041	501,802850	565,860043	636,394645	714,027494
12	261,458990	304,893464	353,305081	407,236695	467,287406	534,118074	608,457360	691,108317	782,955590	884,973268

MÊS PARA TRIMESTRE

TRIMESTRE	Taxa % a.m.									
N	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
1	1,507512	3,030100	4,567837	6,120800	7,689062	9,272700	10,871788	12,486400	14,116613	15,762500
2	3,037751	6,152015	9,344326	12,616242	15,969342	19,405230	22,925533	26,531902	30,226012	34,009564
3	4,591058	9,368527	14,338998	19,509257	24,886297	30,477318	36,289735	42,331181	48,609514	55,132822
4	6,167781	12,682503	19,561817	26,824179	34,488882	42,576089	51,106866	60,103222	69,588143	79,585633
5	7,768274	16,096896	25,023207	34,586834	44,829817	55,796742	67,534883	80,094351	93,528244	107,892818
6	9,392894	19,614748	30,734064	42,824625	55,965872	70,243306	85,748920	102,581652	120,847877	140,661923
7	11,042006	23,239194	36,705783	51,566634	67,958185	86,029457	105,943147	127,876807	152,024116	178,596259
8	12,715978	26,973465	42,950281	60,843725	80,872595	103,279411	128,332849	156,330416	187,601383	222,509994

TRIMESTRE	Taxa % a.m.									
N	5,50	6,00	6,50	7,00	7,50	8,00	8,50	9,00	9,50	10,00
1	17,424138	19,101600	20,794963	22,504300	24,229688	25,971200	27,728913	29,502900	31,293238	33,100000
2	37,884281	41,851911	45,914230	50,073035	54,330153	58,687432	63,146751	67,710011	72,379142	77,156100
3	61,909427	68,947896	76,257039	83,845921	91,723866	99,900463	108,385571	117,189328	126,322156	135,794769
4	90,120749	101,219647	112,909624	125,219159	138,177960	151,817012	166,168623	181,266478	197,145686	213,842838
5	123,247649	139,655819	157,184101	175,903154	195,887735	217,216911	239,974288	264,248246	290,132192	317,724817
6	162,146627	185,433915	210,665438	237,993228	267,580409	299,601950	334,245461	371,712042	412,217185	455,991731
7	207,823415	239,956360	275,268199	314,056237	356,643993	403,383372	454,657005	510,880774	572,506525	640,024994
8	261,458990	304,893464	353,305081	407,236695	467,287406	534,118074	608,457360	691,108317	782,955590	884,973268

MÊS PARA QUADRIMESTRE

QUADRIMESTRE	Taxa % a.m.									
N	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
1	2,015050	4,060401	6,136355	8,243216	10,381289	12,550881	14,752300	16,985856	19,251860	21,550625
2	4,070704	8,285671	12,649259	17,165938	21,840290	26,677008	31,680904	36,856905	42,210061	47,745544
3	6,167781	12,682503	19,561817	26,824179	34,488882	42,576089	51,106866	60,103222	69,588143	79,585633
4	8,307115	17,257864	26,898555	37,278571	48,450562	60,470644	73,398604	87,298125	102,237015	118,287459
5	10,489558	22,019004	34,685501	48,594740	63,861644	80,611123	98,978886	119,112314	141,171402	165,329771
6	12,715978	26,973465	42,950281	60,843725	80,872595	103,279411	128,332849	156,330416	187,601383	222,509994

QUADRIMESTRE	Taxa % a.m.									
N	5,50	6,00	6,50	7,00	7,50	8,00	8,50	9,00	9,50	10,00
1	23,882465	26,247696	28,646635	31,079601	33,546914	36,048896	38,585870	41,158161	43,766095	46,410000
2	53,468651	59,384807	65,499567	71,818618	78,347783	85,093021	92,060434	99,256264	106,686901	114,358881
3	90,120749	101,219647	112,909624	125,219159	138,177960	151,817012	166,168623	181,266478	197,145686	213,842838
4	135,526270	154,035168	173,901067	195,216375	218,079315	242,594264	268,872102	297,030588	327,194750	359,497299
5	191,775749	220,713547	252,364506	286,968446	324,785110	366,095714	411,204612	460,441077	514,161210	572,749995
7	207,823415	239,956360	275,268199	314,056237	356,643993	403,383372	454,657005	510,880774	572,506525	640,024994
8	261,458990	304,893464	353,305081	407,236695	467,287406	534,118074	608,457360	691,108317	782,955590	884,973268

MÊS PARA SEMESTRE

SEMESTRE	Taxa % a.m.									
N	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
1	3,037751	6,152015	9,344326	12,616242	15,969342	19,405230	22,925533	26,531902	30,226012	34,009564
2	6,167781	12,682503	19,561817	26,824179	34,488882	42,576089	51,106866	60,103222	69,588143	79,585633
3	9,392894	19,614748	30,734064	42,824625	55,965872	70,243306	85,748920	102,581652	120,847877	140,661923
4	12,715978	26,973465	42,950281	60,843725	80,872595	103,279411	128,332849	156,330416	187,601383	222,509994

SEMESTRE	Taxa % a.m.									
N	5,50	6,00	6,50	7,00	7,50	8,00	8,50	9,00	9,50	10,00
1	37,884281	41,851911	45,914230	50,073035	54,330153	58,687432	63,146751	67,710011	72,379142	77,156100
2	90,120749	101,219647	112,909624	125,219159	138,177960	151,817012	166,168623	181,266478	197,145686	213,842838
3	162,146627	185,433915	210,665438	237,993228	267,580409	299,601950	334,245461	371,712042	412,217185	455,991731
4	261,458990	304,893464	353,305081	407,236695	467,287406	534,118074	608,457360	691,108317	782,955590	884,973268

MÊS PARA ANO

ANO N	Taxa % a.m. 0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
1	6,167781	12,682503	19,561817	26,824179	34,488882	42,576089	51,106866	60,103222	69,588143	79,585633
2	12,715978	26,973465	42,950281	60,843725	80,872595	103,279411	128,332849	156,330416	187,601383	222,509994

ANO N	Taxa % a.m. 5,50	6,00	6,50	7,00	7,50	8,00	8,50	9,00	9,50	10,00
1	90,120749	101,219647	112,909624	125,219159	138,177960	151,817012	166,168623	181,266478	197,145686	213,842838
2	261,458990	304,893464	353,305081	407,236695	467,287406	534,118074	608,457360	691,108317	782,955590	884,973268

BIMESTRE PARA:

N	Taxa % a.b. 0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
MÊS	0,249688	0,498756	0,747208	0,995049	1,242284	1,488916	1,734950	1,980390	2,225242	2,469508
TRIMESTRE	0,750937	1,503744	2,258417	3,014950	3,773341	4,533583	5,295673	6,059606	6,825377	7,592983
QUADRIMESTRE	1,002500	2,010000	3,022500	4,040000	5,062500	6,090000	7,122500	8,160000	9,202500	10,250000
SEMESTRE	1,507512	3,030100	4,567837	6,120800	7,689062	9,272700	10,871788	12,486400	14,116613	15,762500
ANO	3,037751	6,152015	9,344326	12,616242	15,969342	19,405230	22,925533	26,531902	30,226012	34,009564

N	Taxa % a.b. 5,50	6,00	6,50	7,00	7,50	8,00	8,50	9,00	9,50	10,00
MÊS	2,713193	2,956301	3,198837	3,440804	3,682207	3,923048	4,163333	4,403065	4,642248	4,880885
TRIMESTRE	8,362419	9,133679	9,906762	10,681661	11,458372	12,236892	13,017217	13,799341	14,583261	15,368973
QUADRIMESTRE	11,302500	12,360000	13,422500	14,490000	15,562500	16,640000	17,722500	18,810000	19,902500	21,000000
SEMESTRE	17,424138	19,101600	20,794963	22,504300	24,229688	25,971200	27,728913	29,502900	31,293238	33,100000
ANO	37,884281	41,851911	45,914230	50,073035	54,330153	58,687432	63,146751	67,710011	72,379142	77,156100

TRIMESTRE PARA

N	Taxa % a.t. 0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
MÊS	0,166390	0,332228	0,497521	0,662271	0,826484	0,990163	1,153314	1,315940	1,478046	1,639636
BIMESTRE	0,333056	0,665560	0,997517	1,328928	1,659798	1,990131	2,319930	2,649198	2,977939	3,306155
QUADRIMESTRE	0,667222	1,335551	2,004983	2,675516	3,347146	4,019868	4,693680	5,368578	6,044558	6,721617
SEMESTRE	1,002500	2,010000	3,022500	4,040000	5,062500	6,090000	7,122500	8,160000	9,202500	10,250000
ANO	2,015050	4,060401	6,136355	8,243216	10,381289	12,550881	14,752300	16,985856	19,251860	21,550625

N	Taxa % a.t. 5,50	6,00	6,50	7,00	7,50	8,00	8,50	9,00	9,50	10,00
MÊS	1,800713	1,961282	2,121347	2,280912	2,439981	2,598557	2,756644	2,914247	3,071368	3,228012
BIMESTRE	3,633852	3,961031	4,287696	4,613850	4,939497	5,264639	5,589279	5,913422	6,237069	6,560224
QUADRIMESTRE	7,399752	8,078959	8,759235	9,440576	10,122979	10,806441	11,490959	12,176529	12,863148	13,550813
SEMESTRE	11,302500	12,360000	13,422500	14,490000	15,562500	16,640000	17,722500	18,810000	19,902500	21,000000
ANO	23,882465	26,247696	28,646635	31,079601	33,546914	36,048896	38,585870	41,158161	43,766095	46,410000

QUADRIMESTRE PARA

	Taxa % a.q.									
N	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
MÊS	0,124766	0,249068	0,372909	0,496293	0,619225	0,741707	0,863745	0,985341	1,106499	1,227223
BIMESTRE	0,249688	0,498756	0,747208	0,995049	1,242284	1,488916	1,734950	1,980390	2,225242	2,469508
TRIMESTRE	0,374766	0,749066	1,122904	1,496281	1,869201	2,241666	2,613680	2,985245	3,356363	3,727037
SEMESTRE	0,750937	1,503744	2,258417	3,014950	3,773341	4,533583	5,295673	6,059606	6,825377	7,592983
ANO	1,507512	3,030100	4,567837	6,120800	7,689062	9,272700	10,871788	12,486400	14,116613	15,762500

	Taxa % a.q.									
N	5,50	6,00	6,50	7,00	7,50	8,00	8,50	9,00	9,50	10,00
MÊS	1,347517	1,467385	1,586828	1,705853	1,824460	1,942655	2,060440	2,177818	2,294793	2,411369
BIMESTRE	2,713193	2,956301	3,198837	3,440804	3,682207	3,923048	4,163333	4,403065	4,642248	4,880885
TRIMESTRE	4,097271	4,467066	4,836426	5,205352	5,573847	5,941914	6,309556	6,676774	7,043571	7,409950
SEMESTRE	8,362419	9,133679	9,906762	10,681661	11,458372	12,236892	13,017217	13,799341	14,583261	15,368973
ANO	17,424138	19,101600	20,794963	22,504300	24,229688	25,971200	27,728913	29,502900	31,293238	33,100000

SEMESTRE PARA

	Taxa % a.s.									
N	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
MÊS	0,083160	0,165976	0,248452	0,330589	0,412392	0,493862	0,575004	0,655820	0,736312	0,816485
BIMESTRE	1,507512	3,030100	4,567837	6,120800	7,689062	9,272700	10,871788	12,486400	14,116613	15,762500
TRIMESTRE	1,002500	2,010000	3,022500	4,040000	5,062500	6,090000	7,122500	8,160000	9,202500	10,250000
QUADRIMESTRE	0,333056	0,665560	0,997517	1,328928	1,659798	1,990131	2,319930	2,649198	2,977939	3,306155
ANO	1,002500	2,010000	3,022500	4,040000	5,062500	6,090000	7,122500	8,160000	9,202500	10,250000

	Taxa % a.s.									
N	5,50	6,00	6,50	7,00	7,50	8,00	8,50	9,00	9,50	10,00
MÊS	0,896339	0,975879	1,055107	1,134026	1,212638	1,290946	1,368952	1,446659	1,524070	1,601187
BIMESTRE	17,424138	19,101600	20,794963	22,504300	24,229688	25,971200	27,728913	29,502900	31,293238	33,100000
TRIMESTRE	11,302500	12,360000	13,422500	14,490000	15,562500	16,640000	17,722500	18,810000	19,902500	21,000000
QUADRIMESTRE	3,633852	3,961031	4,287696	4,613850	4,939497	5,264639	5,589279	5,913422	6,237069	6,560224
ANO	11,302500	12,360000	13,422500	14,490000	15,562500	16,640000	17,722500	18,810000	19,902500	21,000000

ANO PARA

N	Taxa % a.a. 0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
MÊS	0,041571	0,082954	0,124149	0,165158	0,205984	0,246627	0,287090	0,327374	0,367481	0,407412
BIMESTRE	0,083160	0,165976	0,248452	0,330589	0,412392	0,493862	0,575004	0,655820	0,736312	0,816485
TRIMESTRE	0,124766	0,249068	0,372909	0,496293	0,619225	0,741707	0,863745	0,985341	1,106499	1,227223
QUADRIMESTRE	0,166390	0,332228	0,497521	0,662271	0,826484	0,990163	1,153314	1,315940	1,478046	1,639636
SEMESTRE	0,249688	0,498756	0,747208	0,995049	1,242284	1,488916	1,734950	1,980390	2,225242	2,469508

N	Taxa % a.a. 5,50	6,00	6,50	7,00	7,50	8,00	8,50	9,00	9,50	10,00
MÊS	0,447170	0,486755	0,526169	0,565415	0,604492	0,643403	0,682149	0,720732	0,759153	0,797414
BIMESTRE	0,896339	0,975879	1,055107	1,134026	1,212638	1,290946	1,368952	1,446659	1,524070	1,601187
TRIMESTRE	1,347517	1,467385	1,586828	1,705853	1,824460	1,942655	2,060440	2,177818	2,294793	2,411369
QUADRIMESTRE	1,800713	1,961282	2,121347	2,280912	2,439981	2,598557	2,756644	2,914247	3,071368	3,228012
SEMESTRE	2,713193	2,956301	3,198837	3,440804	3,682207	3,923048	4,163333	4,403065	4,642248	4,880885